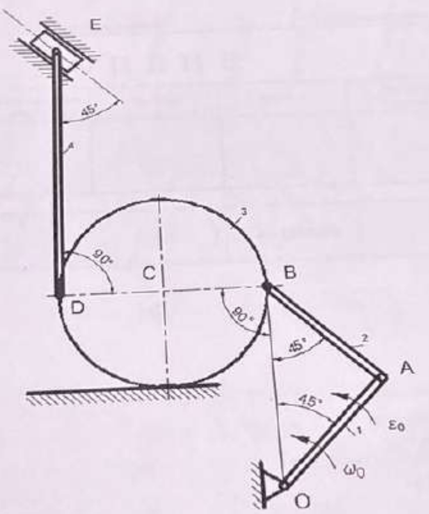
Mehanika 2, oktobar 2023.

G2

1. Tačka M kreće se saglasno konačnim jednačinama kretanja zadatim u odnosu na Dekartov desni koordinatni sistem $y_M = 2\sqrt{2}\cos(2t) + \sin(2t)$ i $x_M = 2\sqrt{2}\sin(2t) - \cos(2t)$. Odrediti:
   f) jednačinu linije putanje tačke i skicirati liniju putanje;
   g) intenzitet brzine tačke;
   h) intenzitet ubrzanja tačke;
   i) jednačinu hodografa vektora brzine tačke i skicirati ga;
   j) poluprečnik krivine trajektorije tačke.

2. Mehanizam prikazan na slici sastoji se od štapa 1, štapa 2, diska 3, štapa 4 klizača E. Disk 3, poluprečnika R, može da se kotrlja bez klizanja ravnoj nepokretnoj podlozi, kao na slici. Prilikom kretanja ne dolazi do odvajanja diska od podloge. Veze u tačkama O, A, B, D i E su zglobne. Ako je $\omega_{OA} = \omega_0$ i $\varepsilon_{OA} = \varepsilon_0 = \omega_0^2$ odrediti brzinu i ubrzanje klizača E u položaju prikazanom na slici. Date su sledeće dimenzije: $OA = R\sqrt{2}$, $AB = R\sqrt{2}$ i $DE = 2R$.




Slika uz zadatak 2

3. Materijalna tačka M, mase m, kreće se u polju sile Zemljine teže po glatkoj nepokretnoj ravni čija je jednačina u odnosu na desni Dekartov pravougli koordinatni sistem Oxyz kod koga je osa Oz orijentisana vertikalno naviše data sa x+3y+2z=12. U početnom trenutku tačka je bila u položaju $M_0(2,2,2)$ i imala je početnu brzinu $\vec{v_0} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Odrediti konačne jednačine kretanja tačke M.

oktobar 2023.

(1.) $\omega_{OA} = \omega_0$

$\varepsilon_{OA} = \varepsilon_0 = \omega_0^2$

$\overline{OA} = R\sqrt{2}, \quad \overline{AB} = R\sqrt{2}, \quad \overline{DE} = 2R$

$v_E \,?\qquad a_E\,?$

$v_A = R\sqrt{2}\cdot\omega_0$

$\left.\begin{aligned} v_B &= v_A = R\sqrt{2}\,\omega_0 \\ \omega_{AB} &= 0 \end{aligned}\right\}$ TRENUTNA TRANSLACIJA

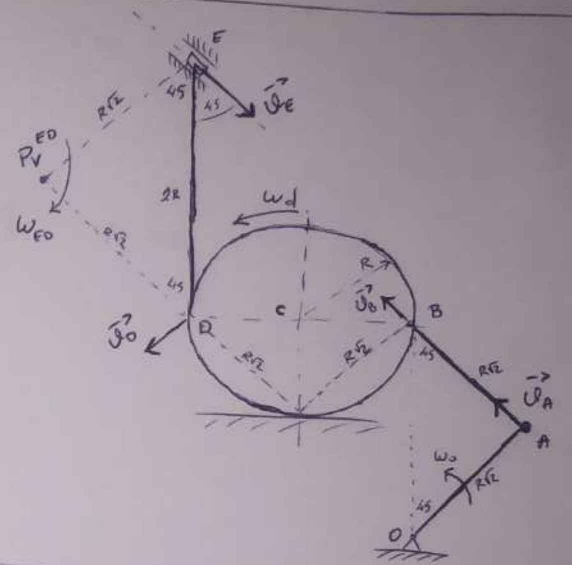
$\omega_d = \dfrac{v_B}{R\sqrt{2}} = \omega_0$

$v_D = \omega_d \cdot R\sqrt{2} = R\sqrt{2}\,\omega_0$

$\omega_{ED} = \dfrac{v_D}{R\sqrt{2}} = \omega_0$

$v_E = R\sqrt{2}\cdot\omega_{ED} = R\sqrt{2}\,\omega_0$

$\boxed{v_E = R\sqrt{2}\,\omega_0}$




$\underbrace{\vec{a}_A = \cancel{\vec{a}_O} + \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}}$

$a_{An} = R\sqrt{2}\cdot\omega_0^2$

$a_{At} = \varepsilon_0 \cdot R\sqrt{2} = R\sqrt{2}\,\omega_0^2$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$

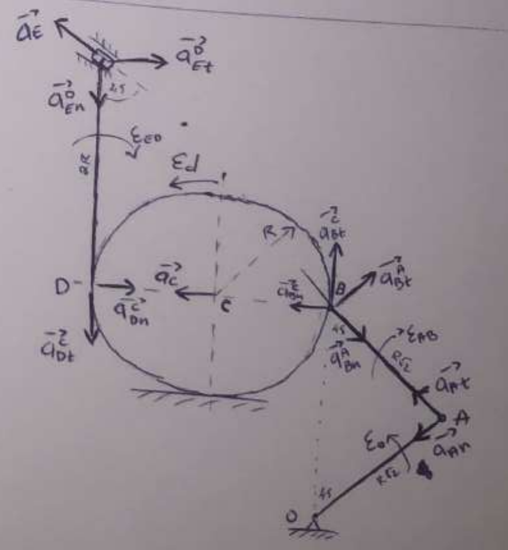
$\underbrace{\vec{a}_B = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At} + \cancel{\vec{a}_{Bn}^A} + \vec{a}_{Bt}^A}$

$a_{Bn}^A = R\sqrt{2}\cdot\omega_{AB}^2 = 0$

$a_{Bt}^A = R\sqrt{2}\;\varepsilon_{AB}^{\;2} = ?$

x: $a_{Bx} =$

y: $a_{By} =$ $\quad \varepsilon_{AB} \quad \Big\}$ 2 j-ne 3 nepoznate




$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C$

$\underbrace{\vec{a}_C = \cancel{\vec{a}_{Cn}} + \vec{a}_{Ct}}$

$a_{Ct} = a_C = R\cdot\varepsilon_d$

$$\underline{\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Bn} + \vec{a}^{\,C}_{Bt}}$$

$$a^C_{Bn} = R\omega_d^2 = R\omega_0^2$$

$$a^C_{Bt} = R\varepsilon_d = ?$$

$$\underline{\vec{a}_{An} + \vec{a}_{At} + \vec{a}^{\,A}_{Bt} = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Bn} + \vec{a}^{\,C}_{Bt}}$$

x:


y:

$$0 + a_{At} + 0 = a_C\frac{\sqrt{2}}{2} + a^C_{Bn}\frac{\sqrt{2}}{2} + a^C_{Bt}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$R\sqrt{2}\,\omega_0^2 = R\varepsilon_d\frac{\sqrt{2}}{2} + R\omega_0^2\frac{\sqrt{2}}{2} + R\varepsilon_d\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad /: R\sqrt{2}$$

$$\omega_0^2 = \varepsilon_d + \frac{1}{2}\omega_0^2$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_d = \frac{1}{2}\omega_0^2}}$$

$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Dn} + \vec{a}^{\,C}_{Dt}}$$

$$a^C_{Dn} = R\,\omega_d^2 = R\omega_0^2$$

$$a^C_{Dt} = R\,\varepsilon_d = \frac{1}{2}R\omega_0^2$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}^{\,D}_{En} + \vec{a}^{\,D}_{Et}$$

$$\underline{\vec{a}_E = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Dn} + \vec{a}^{\,C}_{Dt} + \vec{a}^{\,D}_{En} + \vec{a}^{\,D}_{Et}}$$

$$a^D_{En} = 2R\,\omega_{ED}^2 = 2R\,\omega_0^2$$

$$a^D_{Et} = 2R\,\varepsilon_{ED} = ?$$

x:

y:

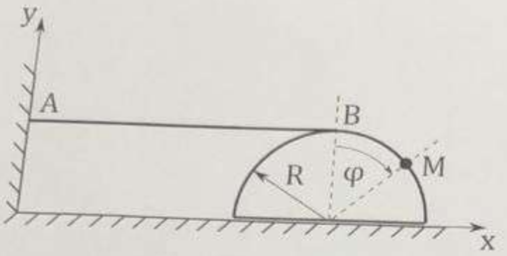
$$a_E\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 + 0 - a^C_{Dt} - a^D_{En} + 0$$

$$a_E\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{1}{2}R\omega_0^2 - 2R\omega_0^2 = -\frac{5}{2}R\omega_0^2 \qquad /\cdot\sqrt{2}$$

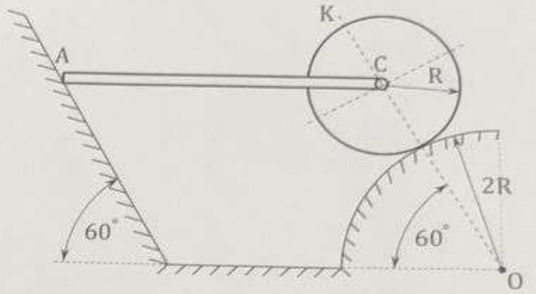
$$\boxed{a_E = -\frac{5\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2}$$

1. Преко полуцилиндра полупречника $R$ пребачена је неистегљива нит која је везана за непокретну тачку $A$, тако да је њен део $AB$ паралелан са осом $Ox$, као што је приказано на Сл. 1. За други крај нити везана је тачка $M$. Полуцилиндар се креће по непокретној подлози брзином константног интензитета $V_0$, правца и смера осе $Ox$. Тачка $M$ креће се по површи полуцилиндра у равни управној на раван изводнице полуцилиндра. У почетном тренутку тачка $M$ је лежала на оси $Ox$. Одредити:
а) интензитете брзине и убрзања тачке $M$ у функцији угла $\varphi$ задатог на Сл. 1, као и
б) полупречник кривине трајекторије у функцији угла $\varphi$ задатог на Сл. 1.

2. Крај $A$ штапа $AC$ (дужине $4R$) може да клизи по стрмој равни нагибног угла од $60°$, док је други крај $C$ зглобно везан за центар диска полупречника $R$, који се убрзано котрља без клизања низ спољашњу површ непокретног цилиндра полупречника $2R$. Ако је брзина тачке $K$ у положају приказаном на слици $V_K = 2V_0$, а убрзање $a_K = \frac{5V_0^2}{3R}$, одредити брзину тачке $A$ на крају штапа, као и угаоне брзине и угаона убрзања штапа и диска.

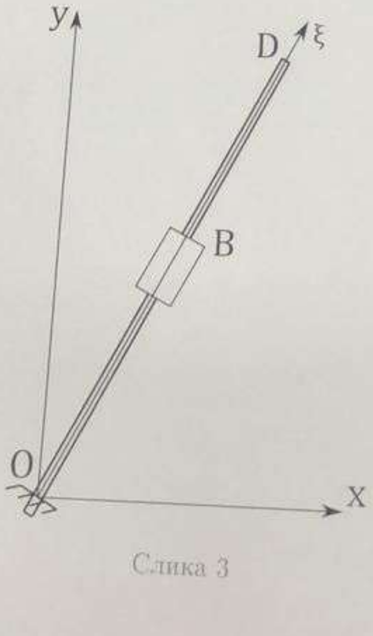



Слика 1




Слика 2

3. По глаткој вези $OD$ која је задата једначином $y = 2x$, може да се креће клизач $B$ масе $m$. На клизач делује и сила $\vec{F} = -\frac{4mg}{R}x\vec{i}$. У почетном тренутку клизач $B$ је био у тачки $O$ и започео кретање брзином $V_0 = \frac{5}{4}gR$. Одредити коначну једначину кретања клизача $\xi = \xi(t)$. Колика је реакција клизача $B$ у највишој тачки коју достигне?




Слика 3

septembar 2023.

(2.) $\overline{AC} = 4R$

$v_K = 2v_0$ , $a_K = \dfrac{5v_0^2}{3R}$

$v_A$ ? $\omega_d$? $\omega_{AC}$? $\varepsilon_d$? $\varepsilon_{AC}$?

---

$\omega_d = \dfrac{v_K}{2R} = \dfrac{2v_0}{2R} = \dfrac{v_0}{R}$

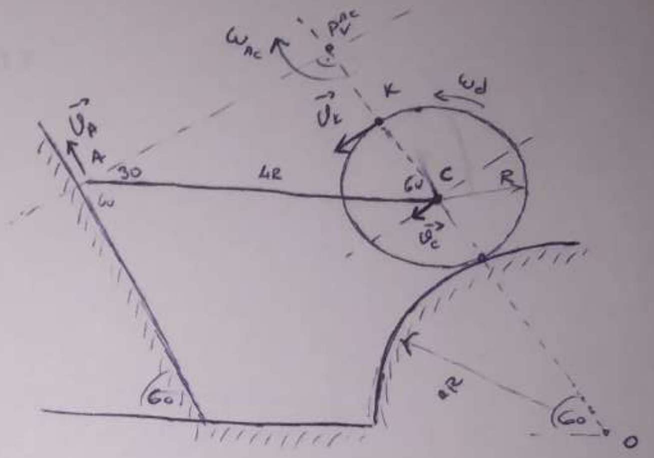
$v_C = R\,\omega_d = v_0$

$\omega_{AC} = \dfrac{v_C}{CP_v^{AC}} = \dfrac{v_0}{4R\sin 30} = \dfrac{v_0}{2R}$

$v_A = \omega_{AC} \cdot \overline{AP_v^{AC}} = \dfrac{v_C}{2R} \cdot 4R\sin 60$

$v_A = \dfrac{v_0}{2} \cdot 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\boxed{v_A = v_0\sqrt{3}}$




---

$\vec{a}_K = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Kn} + \vec{a}^{\,C}_{Kt}$

$\underbrace{\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$

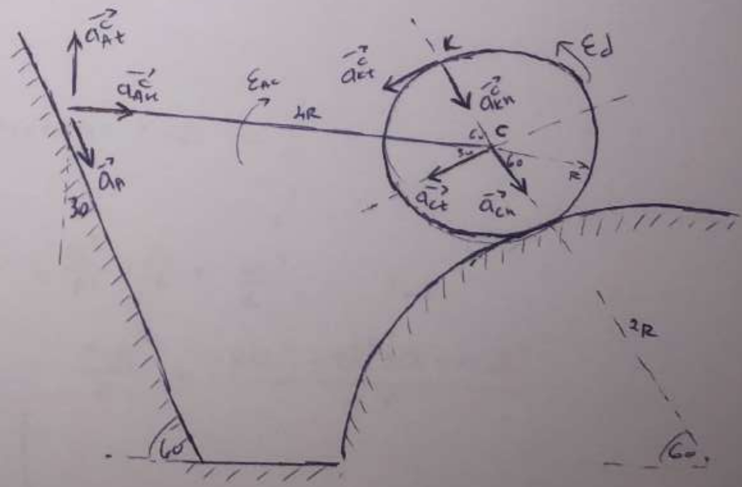
$a_{Cn} = \dfrac{v_C^2}{3R} = \dfrac{v_0^2}{3R}$

$a_{Ct} = R \cdot \varepsilon_d = ?$

$\underbrace{\vec{a}_K = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}^{\,C}_{Kn} + \vec{a}^{\,C}_{Kt}}$

$a^C_{Kn} = R \cdot \omega_d^2 = \dfrac{v_0^2}{R}$

$a^C_{Kt} = R\,\varepsilon_d = ?$




x: $a_{Kx} = \_\_\_$
y: $a_{Ky} = \_\_\ \varepsilon_d \ \_\_$ } 2 j-ne + $a_K = \sqrt{a_{Kx}^2 + a_{Ky}^2} = \dfrac{5v_0^2}{3R}$ → 3 j-ne
3 nepoznate

x: $a_{Kx} = a_{Kt}^{c} + a_{ct} = R\varepsilon_d + R\varepsilon_d = 2R\varepsilon_d$

y: $a_{Ky} = a_{Kn}^{c} + a_{cn} = \frac{\vartheta_0^2}{R} + \frac{\vartheta_0^2}{3R} = \frac{4\vartheta_0^2}{3R}$


$a_K = \sqrt{a_{Kx}^2 + a_{Ky}^2} \quad /^2$

$$\left(\frac{5\vartheta_0^2}{3R}\right)^2 = (2R\varepsilon_d)^2 + \left(\frac{4\vartheta_0^2}{3R}\right)^2$$

$$\frac{25\vartheta_0^4}{9R^2} = 4R^2\varepsilon_d^2 + \frac{16\vartheta_0^4}{9R^2} \quad /\cdot 9R^2$$

$$36R^4\varepsilon_d^2 = 9\vartheta_0^4$$

$$\varepsilon_d^2 = \frac{9}{36}\frac{\vartheta_0^4}{R^4} = \frac{1}{4}\frac{\vartheta_0^4}{R^4}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_d = \frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{R^2}}}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{An}^{C} + \vec{a}_{At}^{C}$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{An}^{C} + \vec{a}_{At}^{C}$$

$$a_{An}^{C} = 4R\cdot\omega_{AC}^2 = 4R\cdot\frac{\vartheta_0^2}{4R^2} = \frac{\vartheta_0^2}{R}$$

$$a_{At}^{C} = 4R\cdot\varepsilon_{AC} = ?$$

x: $a_A \sin 30 = a_{Cn}\cos 60 - a_{Ct}\cos 30 + a_{An}^{C} + 0$

y:

$$a_A\cdot\frac{1}{2} = \frac{\vartheta_0^2}{3R}\cdot\frac{1}{2} - R\cdot\frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{R^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\vartheta_0^2}{R} \quad /\cdot 2$$

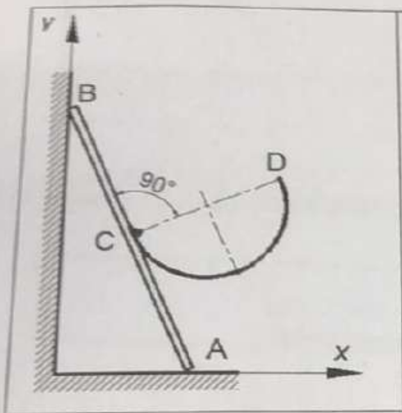
$$a_A = \frac{\vartheta_0^2}{3R} - \frac{\vartheta_0^2\sqrt{3}}{2R} + \frac{2\vartheta_0^2}{R} = \frac{2\vartheta_0^2 - \vartheta_0^2 3\sqrt{3} + 12\vartheta_0^2}{6R}$$

$$\boxed{a_A = \frac{14 - 3\sqrt{3}}{6}\,\frac{\vartheta_0^2}{R}}$$

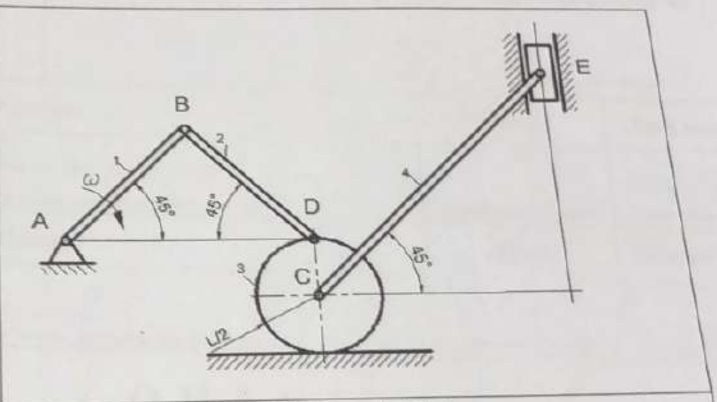
Mehanika 2, jun 2023.

G1

1. Tačka A rama prikazanog na slici kreće se po zakonu $x_A=2L\cos(2t)$. Ako je $AC=CB=CD=L$ [m] odrediti jednačinu linije putanje tačke D, intenzitete brzine i ubrzanja i poluprečnik krivine trajektorije tačke D u trenutku $t_1=\pi/4$ [s]. Prilikom kretanja tačke A i B su neprekidno u kontaktu sa podlogom.




Slika uz zadatak 1




Slika uz zadatak 2

2. Štap 1 obrće se konstantnom ugaonom brzinom intenziteta $\omega$. Ako su veze u tačkama A, B, D, C i E zglobne i dužina $AB=BD=L\sqrt{2}$ i $CE=2L\sqrt{2}$ odrediti brzinu i ubrzanje klizača E u položaju prikazanom na slici. Disk 3 može da se kotrlja bez klizanja po nepokretnoj podlozi kao na slici.

3. U tački A(1,2,8) nalazi se nepokretan centar privlačenja materijalne tačke M, mase m, dok je u tački B (0.5,1,4) nepokretni centar odbijanja tačke M koja se kreće u polju sile Zemljine teže. Sila privlačenja ka centru A je proprocionalna rastojanju tačke od centra privlačenja sa koeficijentom privlačenja $mk^2$, dok je sila odbijanja od centra B proporcionalna rastojanju sa koeficijentom $2mk^2$. Ako je u početnom trenutku tačka M mirovala u tački sa koordinatama (2,3,0) odrediti konačne jednačine kretanja tačke M. Koordinate tačaka zadate su u odnosu na desno orijentisan Dekartov pravougli koordinatni sistem Oxyz kod koga je osa Oz orijentisana vertikalno naviše.

Ispit traje 2 sata.

Srećan rad!

jun 2023.

(2) $\omega_{AB} = \omega = const.$

$\overline{AB} = \overline{BD} = L\sqrt{2}$

$\overline{CE} = 2L\sqrt{2}$

$v_E$? $a_E$?

$v_B = L\sqrt{2}\,\omega$

$\omega_{BD} = \frac{v_B}{L\sqrt{2}} = \omega$

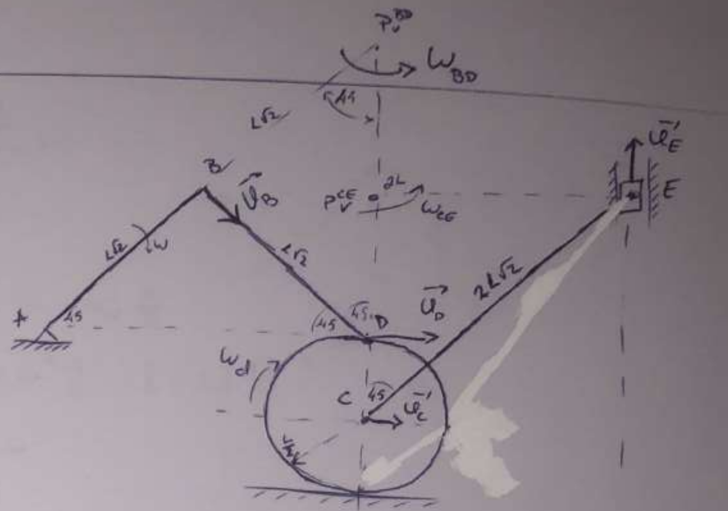
$v_D = 2L\cdot\omega_{BD} = 2L\omega$

$\omega_d = \frac{v_D}{L} = 2\omega$

$v_C = \frac{L}{2}\omega_d = L\omega$

$\omega_{CE} = \frac{v_C}{2L} = \frac{\omega}{2}$

$v_E = \omega_{CE}\cdot 2L = L\omega$ $\boxed{v_E = L\omega}$




$\vec a_B = \cancel{\vec a_A}^{0} + a_{Bn}^{(\omega)} + \cancel{\vec a_{Bt}}^{0}$

$a_{Bn} = L\sqrt{2}\,\omega^2$

$a_{Bt} = L\sqrt{2}\cdot\varepsilon_{AB} = 0$

$\vec a_D = \vec a_B + \vec a_{Dn}^{B} + \vec a_{Dt}^{B}$

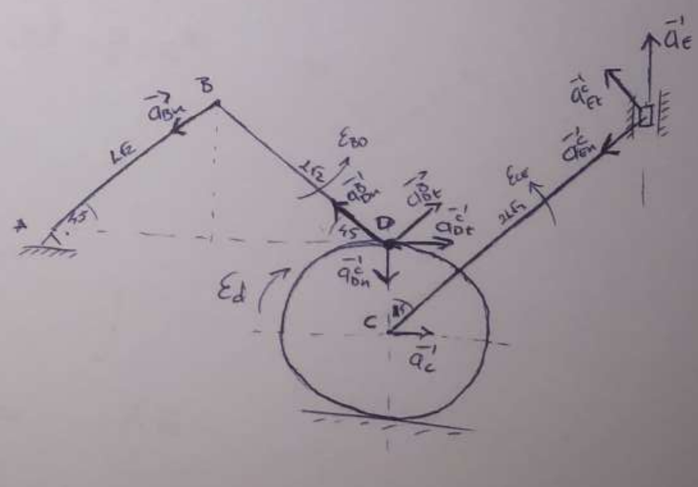
$\vec a_D = \vec a_{Bn} + \vec a_{Dn}^{B} + \vec a_{Dt}^{B}$

$a_{Dn}^{B} = L\sqrt{2}\,\omega_{BD}^2 = L\sqrt{2}\,\omega^2$

$a_{Dt}^{B} = L\sqrt{2}\,\varepsilon_{BD} = ?$

x: $a_{Dx}$ = ___

y: $a_{Dy}$ = ___ $\varepsilon_{BD}$ } 2 j-ne, 3 nepoznate




$\vec a_D = \vec a_C + \vec a_{Dn}^{C} + \vec a_{Dt}^{C}$

$\vec a_C = \cancel{\vec a_{Cn}}^{0} + \vec a_{Ct}$

$a_{Cn} = 0$

$a_{Ct} = a_C = \frac{L}{2}\varepsilon_d = \frac{1}{2}L\varepsilon_d = ?$

$$\vec{a}'_D = \vec{a}'_C + \vec{a}'^{c}_{Dn} + \vec{a}'^{c}_{Dt}$$

$$a_{Dn}^{c} = \frac{L}{2}\cdot\omega_d^{2} = 2L\omega^{2}$$

$$a_{Dt}^{c} = \frac{L}{2}\varepsilon_d = \frac{1}{2}L\varepsilon_d = ?$$

$$\vec{a}'_{Bn} + \vec{a}'^{B}_{Dn} + \vec{a}'^{B}_{Dt} = \vec{a}'_C + \vec{a}'^{c}_{Dn} + \vec{a}'^{c}_{Dt}$$


x:

y: $0 + a_{Dn}^{B} + 0 = -a_C\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Dn}^{c}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Dt}^{c}\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$L\sqrt{2}\,\omega^{2} = -\frac{1}{2}L\varepsilon_d\frac{\sqrt{2}}{2} - 2L\omega^{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}L\varepsilon_d\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad /\cdot\sqrt{2}$$

$$2L\omega^{2} = -L\varepsilon_d - 2L\omega^{2}$$

$$L\varepsilon_d = 4L\omega^{2}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_d = 4\omega^{2}}}$$

$$\vec{a}'_E = \vec{a}'_C + \vec{a}'^{c}_{En} + \vec{a}'^{c}_{Et}$$

$$a_{En}^{c} = 2L\sqrt{2}\cdot\omega_{CE}^{2} = 2L\sqrt{2}\cdot\frac{\omega^{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega^{2}$$

$$a_{Et}^{c} = 2L\sqrt{2}\cdot\varepsilon_{CE} = ?$$


x: $a_E\frac{\sqrt{2}}{2} = +a_C\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{En}^{c} + 0$

y:

$$a_E\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}L\,4\omega^{2}\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}L\omega^{2} \qquad /\cdot\sqrt{2}$$

$$a_E = 2L\omega^{2} - L\omega^{2}$$

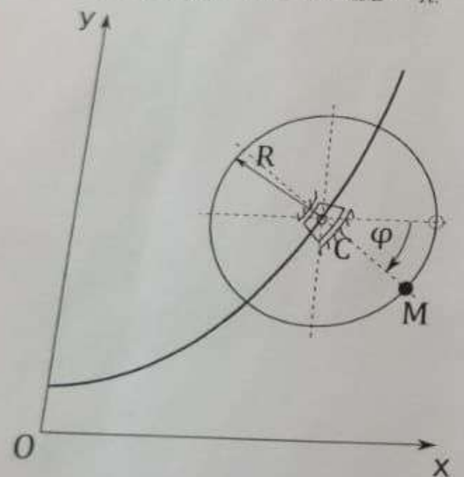
$$\boxed{a_E = L\omega^{2}}$$

Механика 2, 09.2.2023. група 2

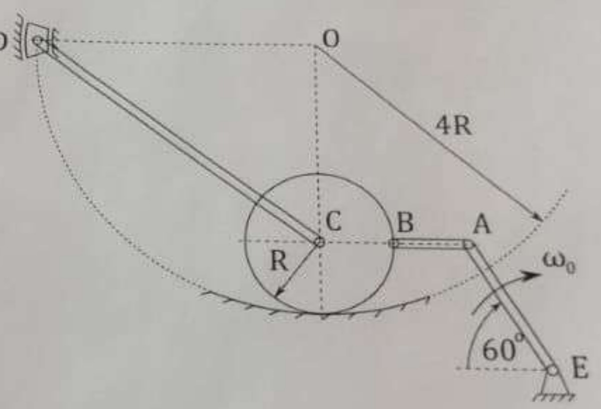
1. Клизач $C$ креће се у равни $Oxy$ дуж вођица које имају облик $y = e^x$ [m]. Пројекција убрзања клизача на осу $Ox$ је $\ddot{x}_C = 2\,\frac{m}{s^2}$. Клизач $C$ је зглобно везан за центар диска полупречника $R =$ [illegible] [m]. Диск може да се обрће око осе која пролази кроз његов центар $C$, а управна је на раван $Oxy$, по закону $\varphi = \pi t$ [rad]. У почетном тренутку клизач је мировао на оси $Oy$. На оси диска, која је у почетном тренутку била паралелна са осом $Ox$, круто је везана тачка $M$, као што је приказано на Сл. 1. Одредити:

а) коначне једначине кретања тачке $M$,
б) интензитет брзине тачке $M$ у тренутку $t_1 = 1$ s,
в) интензитет убрзања тачке $M$ у тренутку $t_1 = 1$ s,
г) полупречник кривине трајекторије тачке $M$ у тренутку $t_1 = 1$ s.

2. Штап $AB$ може да се обрће константном угаоном брзином $\omega_0$ око осе која пролази кроз непокретни ослонац $A$. Штап $BD$ је једним крајем зглобно везан за штап $AB$, а другим за диск (полупречника $R$), који може да се котрља по унутрашњости цилиндричне површи полупречника $4R$ са центром у тачки $O$. За центар диска зглобно је везан и штап $CK$, чији други крај је везан за клизач $K$. Клизач $K$ може да се креће по кружној вођици полупречника $4R$ са центром у тачки $O$. Одредити брзину и убрзање клизача $K$, као и угаону брзину и угаоно убрзање диска у положају приказаном на Сл. 2. Познато је да је $\overline{AB} = 2R$ и $\overline{BD} = R$.

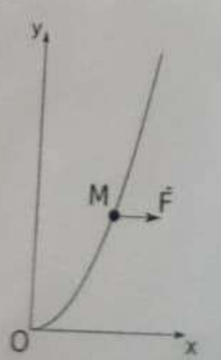



Слика 1




Слика 2

3. Тачка $M$ масе $m = 4$ kg креће се по параболи $y = \frac{1}{4}x^2$ [m] у вертикалној равни, при чему на тачку делује и сила $\vec{F}$, константног правца и смера приказаног на Сл. 3. Уколико је брзина тачке $V = 2\sqrt{g}\,\frac{m}{s}$ ($g$ је гравитационо убрзање), одредити реакцију везе у положају у коме је полупречник кривине трајекторије тачке $R_k = 4\sqrt{2}$ m.




Слика 3

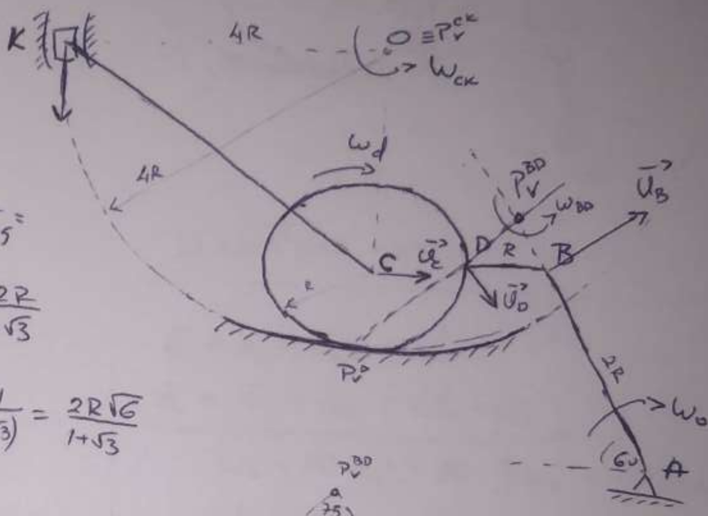
februar 2023.

② $\omega_o = const.$

$v_K$? $a_K$? $\omega_d$? $\varepsilon_d$?

$\overline{AB} = 2R, \quad \overline{BD} = R$

---



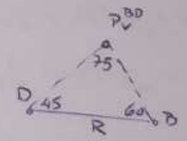

$v_B = 2R\omega_o$

$$\frac{R}{\sin 75} = \frac{\overline{BP_v^{BD}}}{\sin 45} = \frac{\overline{DP_v^{BD}}}{\sin 60}$$

$$\overline{BP_v^{BD}} = \frac{R\sin 45}{\sin(30+45)} = \frac{R\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin 30\cos 45 + \cos 30 \sin 45} =$$

$$\overline{BP_v^{BD}} = \frac{R\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{4}} = \frac{R\,4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})} = \frac{2R}{1+\sqrt{3}}$$

$$\overline{DP_v^{BD}} = \frac{R\sin 60}{R\sin 75} = \frac{R\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{4}} = \frac{R\sqrt{3}\cdot 4}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})} = \frac{2R\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}}$$




$$\omega_{BD} = \frac{v_B}{\overline{BP_v^{BD}}} = \frac{2R\omega_o}{\frac{2R}{1+\sqrt{3}}} = (1+\sqrt{3})\omega_o$$

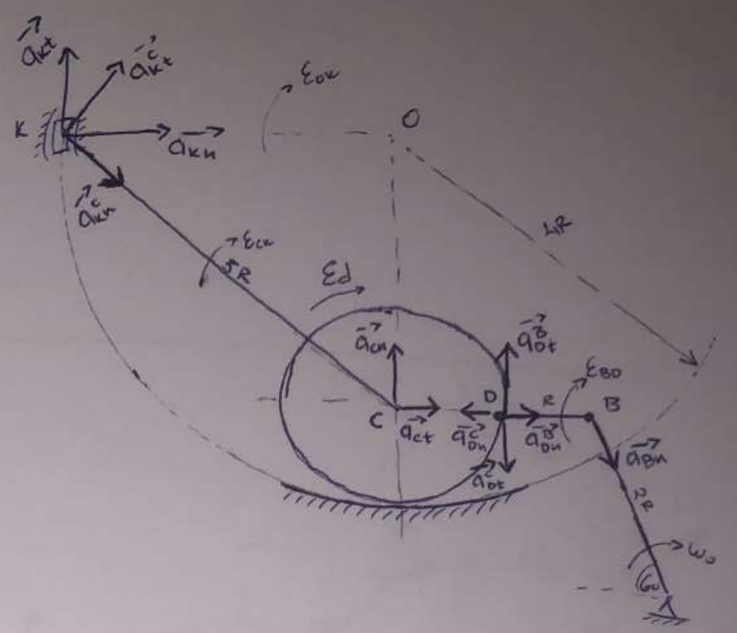
$$v_D = \overline{DP_v^{BD}} \cdot \omega_{BD} = \frac{2R\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}} \cdot (1+\sqrt{3})\omega_o = 2R\sqrt{6}\,\omega_o$$

$$\omega_d = \frac{v_D}{R\sqrt{2}} = \frac{2R\sqrt{6}\,\omega_o}{R\sqrt{2}} = 2\sqrt{3}\,\omega_o \quad , \quad \boxed{\omega_d = 2\sqrt{3}\,\omega_o}$$

$$v_C = \omega_d \cdot R = 2R\sqrt{3}\,\omega_o$$

$$\omega_{CK} = \frac{v_C}{3R} = \frac{2R\sqrt{3}\,\omega_o}{3R} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\omega_o$$

$$v_K = \omega_{CK} \cdot 4R = \frac{8\sqrt{3}}{3}R\omega_o \quad , \quad \boxed{v_K = \frac{8\sqrt{3}}{3}R\omega_o}$$




$$\underline{\vec{a}_B = \cancel{\vec{a}_A}^{\,0} + \vec{a}_{Bn}^{A} + \cancel{\vec{a}_{Bt}^{A}}^{\,0}}$$

$$a_{Bn} = 2R\omega_0^2$$
$$a_{Bt} = 2R\,\varepsilon_0 = 0$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_B + \vec{a}_{Dn}^{B} + \vec{a}_{Dt}^{B}$$
$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Dn}^{B} + \vec{a}_{Dt}^{B}}$$

$$a_{Dn}^{B} = R\omega_{BD}^2 = R\cdot(1+\sqrt{3})^2\omega_0^2$$
$$a_{Dt}^{B} = R\,\varepsilon_{BD} = ?$$

x: $a_{Dx}$: ——
y: $a_{Dy}$: —— $\varepsilon_{BD}$ } 2 j-ne 3 nep.

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}_{Dn}^{C} + \vec{a}_{Dt}^{C}$$
$$\underline{\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$$

$$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_K} = \frac{12R^2\omega_0^2}{3R} = 4R\omega_0^2$$
$$a_{Ct} = R\,\varepsilon_d = ?$$

$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{Dn}^{C} + \vec{a}_{Dt}^{C}}$$
$$a_{Dn}^{C} = R\omega_d^2 = 12R\omega_0^2$$
$$a_{Dt}^{C} = R\,\varepsilon_d = ?$$

$$\underline{\vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Dn}^{B} + \vec{a}_{Dt}^{B} = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{Dn}^{C} + \vec{a}_{Dt}^{C}}$$

x: $a_{Bn}\sin 30 + a_{Dn}^{B} + 0 = 0 + a_{Ct} - a_{Dn}^{C} + 0$
y:

$$2R\omega_0^2\cdot\frac{1}{2} + R(1+\sqrt{3})^2\omega_0^2 = R\varepsilon_d - 12R\omega_0^2$$
$$R\omega_0^2 + R\omega_0^2 + 2\sqrt{3}R\omega_0^2 + 3R\omega_0^2 = R\varepsilon_d - 12R\omega_0^2 \quad /:R$$
$$5\omega_0^2 + 2\sqrt{3}\omega_0^2 + 12\omega_0^2 = \varepsilon_d$$
$$\underline{\varepsilon_d = (17 + 2\sqrt{3})\,\omega_0^2}$$

$$\overline{CK} = \sqrt{(4R)^2 + (3R)^2} = 5R$$

$$\vec{a}_K = \vec{a}_C + \vec{a}_{Kn}^{C} + \vec{a}_{Kt}^{C}$$
$$\underline{\vec{a}_K = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{Kn}^{C} + \vec{a}_{Kt}^{C}}$$

$$a_{Kn}^{C} = 5R\omega_{CK}^2 = 5R\cdot\frac{4}{9}\omega_0^2 = \frac{20}{9}R\omega_0^2$$
$$a_{Kt}^{C} = 5R\,\varepsilon_{CK} = ?$$

x: $a_{Kx}$ = ——
y: $a_{Ky}$ = —— $\varepsilon_{CK}$ } 2 j-ne 3 nep.

$$\underline{\vec{a}_K = \vec{a}_{Kn} + \vec{a}_{Kt}}$$
$$a_{Kn} = \frac{v_K^2}{R_K} = \frac{\frac{64}{3}R^2\omega_0^2}{\frac{4R}{1}} = \frac{16}{3}R\omega_0^2$$
$$a_{Kt} = 4R\,\varepsilon_{OK}$$

$$\underline{\vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{Kn}^{C} + \vec{a}_{Kt}^{C} = \vec{a}_{Kn} + \vec{a}_{Kt}}$$

x: ——— => nađemo $\varepsilon_{CK}$
y: ——— => nađemo $\varepsilon_{OK}$

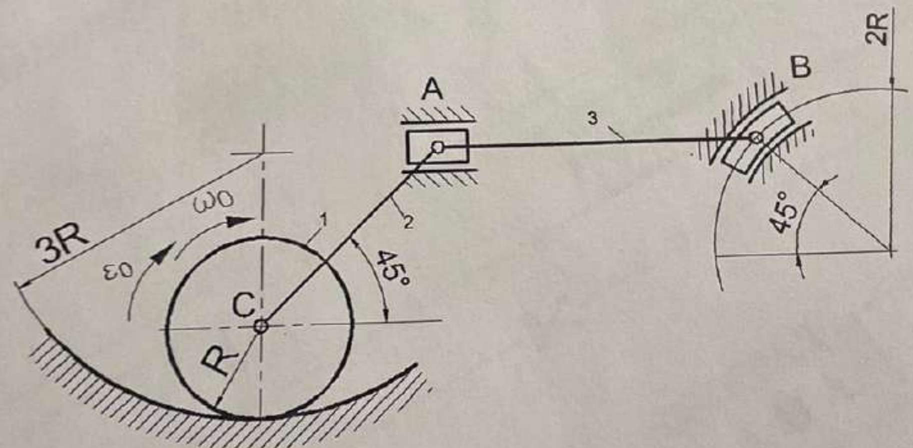
imamo $\varepsilon_{OK}$ => $a_{Kn} = \frac{16}{3}R\omega_0^2$
$a_{Kt} = 4R\,\varepsilon_{OK} = \dots$

$$\Rightarrow \boxed{a_K = \sqrt{a_{Kn}^2 + a_{Kt}^2} = \dots}$$

Mehanika 2, G1, januar

1. Tačka M kreće se tako da su joj projekcije ubrzanja $\ddot{x} = -\sin(kt)$ i $\ddot{y} = -\cos(kt)$, u odnosu na ose nepokretnog pravouglog Dekartovog koordinatnog sistema Oxy, gde je $t$ vreme u sekundama, a $k$ poznata pozitivna realna konstanta. Ako je tačka započela kretanje iz položaja $(0,\ 1/k^2)$ početnom brzinom $\overrightarrow{v_0} = \frac{1}{k}\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$ odrediti liniju putanje tačke i poluprečnik krivine trajektorije tačke u trenutku $t = \pi$. Sve veličine su date u osnovnim jedinicama SI sistema. Dato je k=1/2.

2. Disk 1 kotrlja se bez klizanja po glatkoj nepokretnoj podlozi i zglobno je vezan u tački C sa štapom AC. U tački A je klizač A koji može da se kreće duž vođica kao na slici. U tački B štap je zglobno vezan sa klizačem koji može da se kreće po kružnim vođicama kao na slici. Odrediti brzinu i ubrzanje klizača B u položaju prikazanom na slici ako je AC=AB=2R. U posmatranom položaju disk ima ugaonu brzinu intenziteta $\omega_0$ i ugaono ubrzanje $\varepsilon_0 = \omega_0^2$.




Slika uz zadatak 2

3. Materijalna tačka M, mase m kreće se u polju sile Zemljine teže duž glatke stacionarne ravni čija je jednačina u odnosu na Dekartov pravougaoni koordinatni sistem Oxyz gde je osa Oz orijentisana vertikalno naviše data kao $2x + y + 2z = 6$. U početnom trenutku tačka je bila u položaju $M_0(0,2,2)$ i imala je početnu brzinu $\overrightarrow{v_0} = 2\vec{\imath} - 2\vec{k}$. Odrediti konačne jednačine kretnja tačke M.

januar 2023.

(2) $\overline{AC} = \overline{AB} = 2R$

$v_B$ ? $\quad a_B$ ?

$\omega_0, \quad \varepsilon_0 = \omega_0^2$

---

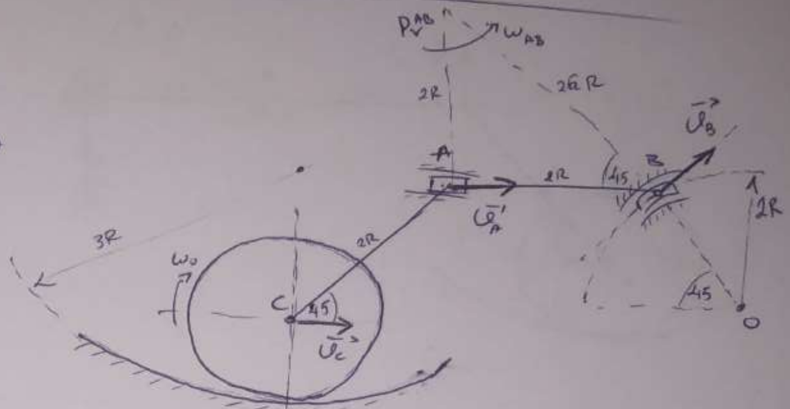
$v_C = R\omega_0$

$v_A = v_C = R\omega_0$ } TRENUTNA
$\omega_{AC} = 0$ } TRANSLACIJA

$\omega_{AB} = \frac{v_A}{2R} = \frac{1}{2}\omega_0$

$v_B = 2\sqrt{2}\, R \cdot \omega_{AB} = R\sqrt{2}\,\omega_0$

$\boxed{v_B = R\sqrt{2}\,\omega_0}$




---

$\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}$

$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_k} = \frac{R^2\omega_0^2}{2R} = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

$a_{Ct} = R\,\varepsilon_0 = R\omega_0^2$

$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{An}^C + \vec{a}_{At}^C$

$\vec{a}_A = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \cancel{\vec{a}_{An}^C}^{0} + \vec{a}_{At}^C$

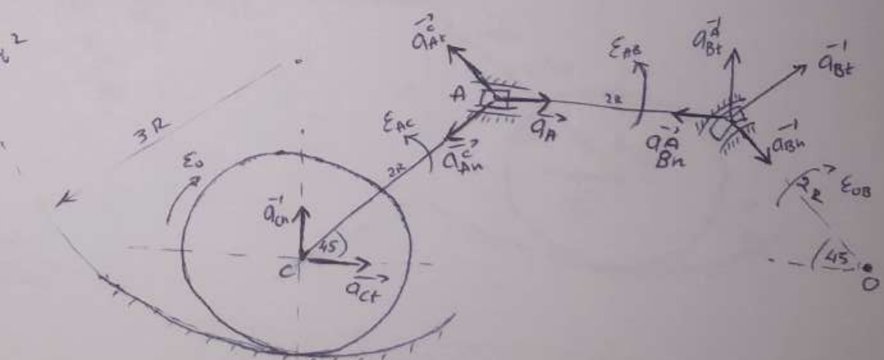
$a_{An}^C = 2R\,\omega_{AC} = 0$

$a_{At}^C = 2R\,\varepsilon_{AC} = ?$

x: $\quad a_A \frac{\sqrt{2}}{2} = a_{Cn}\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{Ct}\frac{\sqrt{2}}{2} + 0 + 0 \;/ : \frac{\sqrt{2}}{2}$

y:

$a_A = \frac{1}{2}R\omega_0^2 + R\omega_0^2 = \frac{3}{2}R\omega_0^2$




$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$

$a_{Bn}^A = 2R\,\omega_{AB}^2 = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

$a_{Bt}^A = 2R\,\varepsilon_{AB} = ?$

x: $\quad a_{Bx} = \_\_\_\_$ } 2 j-ne

y: $\quad a_{By} = \_\_ \_\_ \varepsilon_{AB}$ } 3 nep.

y, x

$\vec{a}_B = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt}$

$a_{Bn} = \frac{v_B^2}{R_k} = \frac{2R^2\omega_0^2}{2R} = R\omega_0^2$

$a_{Bt} = 2R\,\varepsilon_{OB} = ?$

$\vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{Bt}$

x: $\quad \_\_ \_\_\_\_ \Rightarrow \boxed{\varepsilon_{OB} = \_\_ \_\_\_\_}$

y: $\quad$ (ovo preskačemo)

imamo $\quad \varepsilon_{OB} \Rightarrow a_{Bn} = R\omega_0^2$

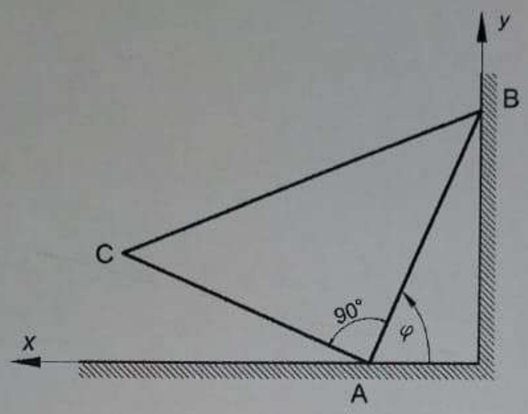
$a_{Bt} = 2R\,\varepsilon_{OB} = \ldots$

$\boxed{a_B = \sqrt{a_{Bn}^2 + a_{Bt}^2} = \ldots}$

Mehanika 2, oktobar 2022.

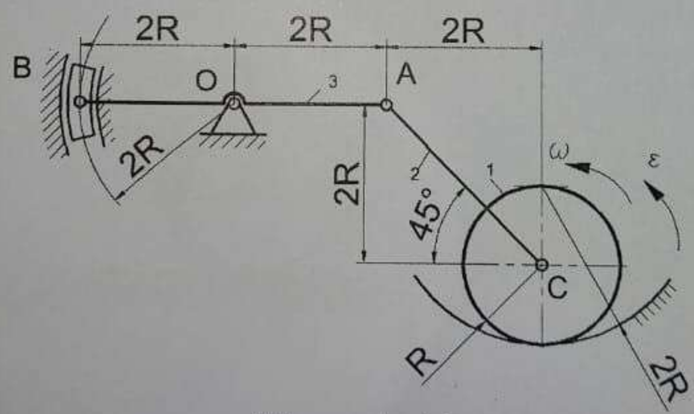
G2

1. Ploča ABC oblika pravouglog trougla može da se kreće kao na slici po zakonu $\varphi = 2t$, pri čemu su tačke A i B neprekidno u kontaktu sa podlogom. Ako je AB=AC=$l$ odrediti konačne jednačine kretanja tačke C, njenu liniju putanje, kao i brzinu, ubrzanje i poluprečnik krivine trajektorije u trenutku $t_1=\pi/4$. Sve veličine zadate su u osnovnim jedinicama SI sistema.




Slika uz zadatak 1

2. Mehanizam prikazan na slici sastoji se od diska 1, poluge 2 i poluge 3, kao i klizača B. Disk 1 može da se kotrlja bez klizanja po nepokretnom cilindru poluprečnika 2R, kao na slici. Veze u tačkama A, B, O i C su zglobne. Ako je $\omega = \omega_0$ $\varepsilon = {\omega_0}^2$ odrediti brzinu i ubrzanje klizača B u položaju prikazanom na slici.




Slika uz zadatak 2

3. Materijalna tačka M, mase m, kreće se u polju sile Zemljine teže po glatkoj nepokretnoj ravni čija je jednačina u odnosu na desni Dekartov pravougli koordinatni sistem Oxyz kod koga je osa Oz orijentisana vertikalno naviše data sa 2x+y+3z=10. U početnom trenutku tačka je bila u položaju $M_0(2,3,1)$ i imala je početnu brzinu $\vec{v_0} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$. Odrediti konačne jednačine kretanja tačke M.

oktobar 2022.

(2.) $\omega = \omega_0$, $\varepsilon = \omega_0^2$

$v_B$? $a_B$?

$v_C = R\omega_0$

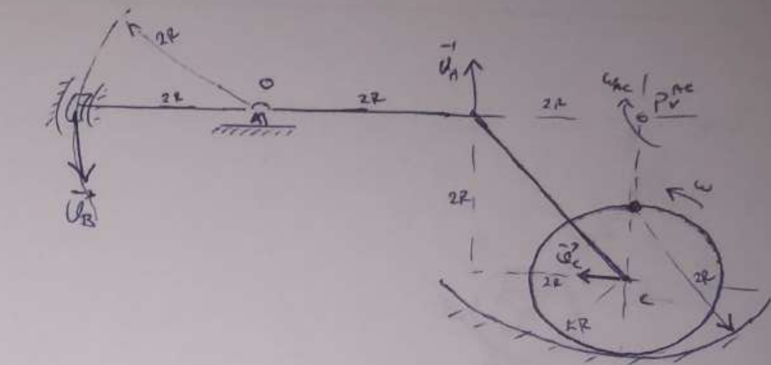
$\omega_{AC} = \frac{v_C}{2R} = \frac{1}{2}\omega_0$

$v_A = 2R\,\omega_{AC} = R\omega_0$

$\omega_{AB} = \frac{v_A}{2R} = \frac{1}{2}\omega_0$

$v_B = 2R\,\omega_{AB} = R\omega_0$

$\boxed{v_B = R\omega_0}$




$\underline{\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$

$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_K} = \frac{R^2\omega_0^2}{R} = R\omega_0^2$

$a_{Ct} = R\varepsilon_d = R\omega_0^2$

$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{An}^C + \vec{a}_{At}^C$

$\underline{\vec{a}_A = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{An}^C + \vec{a}_{At}^C}$

$a_{An}^C = 2\sqrt{2}R\,\omega_{AC}^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2$

$a_{At}^C = 2\sqrt{2}R\,\varepsilon_{AC} = ?$

x: $a_{Ax} = \_\_\_\_$

y: $a_{Ay} = \_\_\_\_\ \varepsilon_{AC}$ $\Big\}$ 2 j-ne 3 nep.

$\underline{\vec{a}_A = \cancel{\vec{a}_0}^{\,0} + \vec{a}_{An}^{\alpha} + \vec{a}_{At}^{\alpha}}$

$a_{An} = 2R\,\omega_{AB}^2 = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

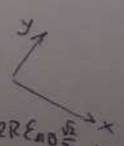
$a_{At} = 2R\,\varepsilon_{AB} = ?$

$\underline{\vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}_{An}^C + \vec{a}_{At}^C = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}}$

x: $-a_{Cn}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Ct}\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{An}^C + 0 = -a_{An}\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{At}\frac{\sqrt{2}}{2}$

y:

$-R\omega_0^2\frac{\sqrt{2}}{2} - R\omega_0^2\frac{\sqrt{2}}{2} + R\omega_0^2\frac{\sqrt{2}}{2} = -R\omega_0^2\frac{\sqrt{2}}{4} - 2R\varepsilon_{AB}\frac{\sqrt{2}}{2}$ $/ : R\frac{\sqrt{2}}{2}$




$-\omega_0^2 - \cancel{\omega_0^2} + \cancel{\omega_0^2} = -\frac{1}{2}\omega_0^2 - 2\varepsilon_{AB}$

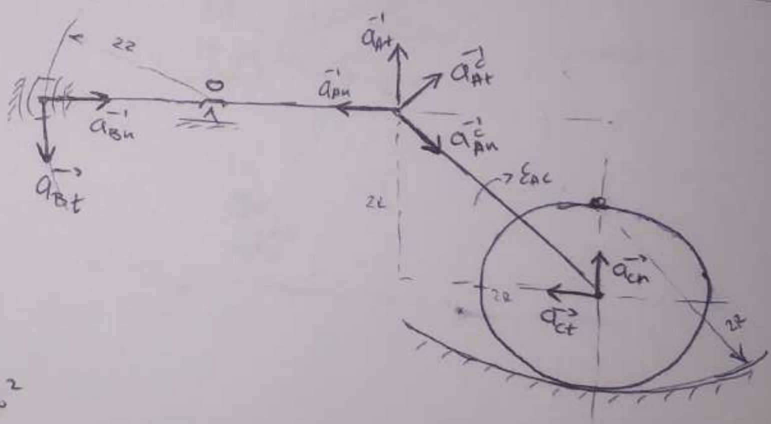
$\underline{\underline{\varepsilon_{AB} = \frac{1}{4}\omega_0^2}}$

$\underline{\vec{a}_B = \cancel{\vec{a}_0}^{\,0} + \vec{a}_{Bn}^{\alpha} + \vec{a}_{Bt}^{\alpha}}$

$a_{Bn} = \frac{v_B^2}{R_K} = \frac{R^2\omega_0^2}{2R} = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

$a_{Bt} = 2R\,\varepsilon_{AB} = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

$a_B = \sqrt{a_{Bn}^2 + a_{Bt}^2} \Rightarrow \boxed{a_B = \frac{\sqrt{2}}{2}R\omega_0^2}$



**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ**
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА ЗА МЕХАНИКУ
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд 35
http://www.mas.bg.ac.yu/obrazovanje/katedre/mehanika/vesti.html

# МЕХАНИКА 2

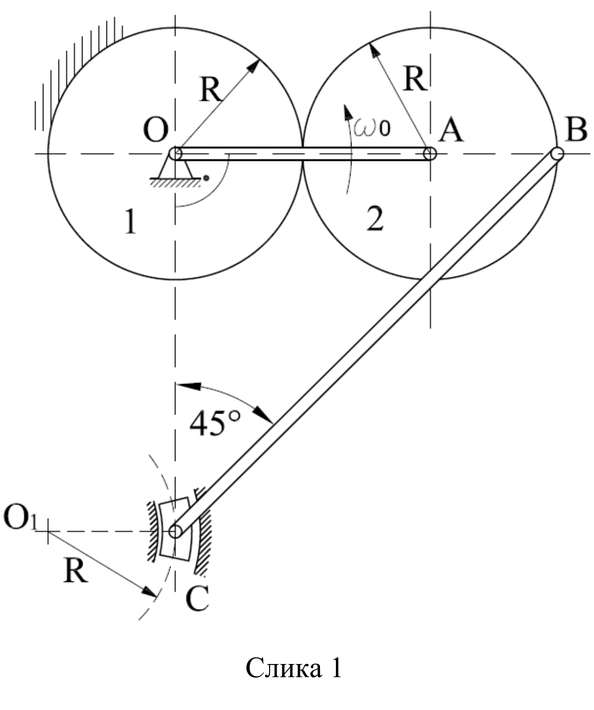
**МЕХ 210-1172**

**06. септембар 2021.**

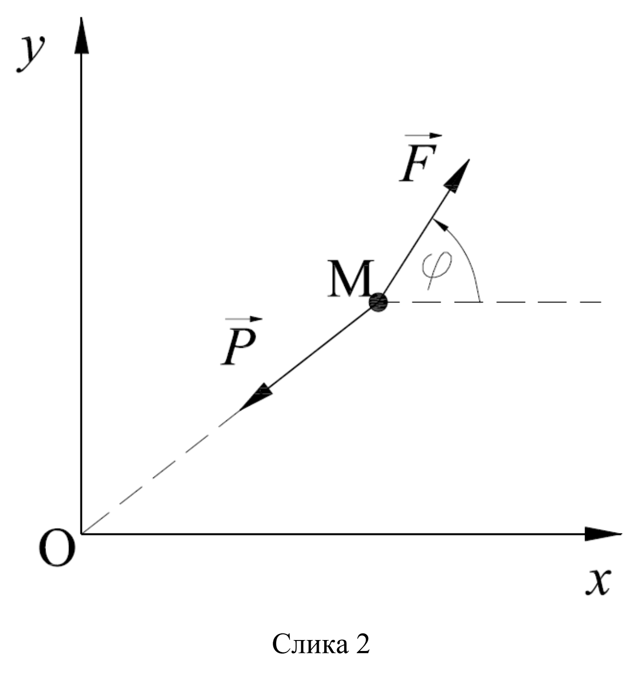
**1.** Тачка $M$ креће се у равни $xOy$ сагласно коначним једначинама кретања: $x(t)=3t\,[\mathrm{m}]$ и $y(t)=t^2+3t\,[\mathrm{m}]$. Време $t$ мери се у секундама. Одредити полупречник кривине трајекторије тачке у тренутку када је њена секторска брзина $\vec{S}(t_1)=6\vec{k}\,[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}]$.

**2.** Механизам, приказан на слици 1, састоји се од криваје $OA$, штапа $BC$, клизача $C$ и диска 2 полупречника $R$ (слика 1). Диск 2 котрља се без клизања по непомичном диску 1 полупречника $R$. Клизач $C$ креће се по кружним вођицама полупречника $R$. Криваја $OA$ обрће се константном угаоном брзином $\omega_0$. Везе у тачка $O$, $A$, $B$ и $C$ су зглобне. Одредити, у положају приказаном на слици, угаону брзину и угаоно убрзање штапа $BC$ као и брзину и убрзање клизача $C$.

**3.** Материјална тачка $M$, масе $m$, креће се по глаткој хотизонталној равни $xOy$ под дејством сила $\vec{P}$ и $\vec{F}$ (слика 2). Сила $\vec{P}$ сразмерна је растојању тачке $M$ од координатног почетка $O$ са коефицијентом сразмере $mk^2$ и стално је усмерена ка тачки $O$, при чему је $k$ позитивна константа. Сила $\vec{F}$ константног је интензитета $F_0$, њена линија дејства лежи у хоризонталној равни, а угао између позитивног смера осе $Ox$ и ње мења се по закону $\varphi=\omega t$, при чему је $\omega$ позитивна константа ($\omega \neq k$). Ако је у почетном тренутку тачка мировала у координатном почетку, одредити коначне једначине кретања тачке.




Слика 1




Слика 2

oktobar 2021.

(2) $\omega_0 = const.$

$\omega_{BC}$? $\quad \varepsilon_{BC}$? $\quad v_C$? $\quad a_C$?

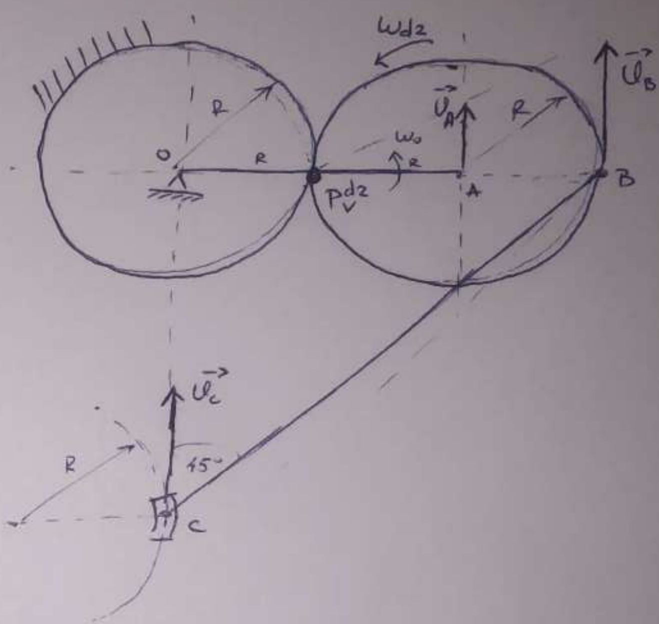
---

$v_A = 2R\omega_0$

$\omega_{d2} = \frac{v_A}{R} = 2\omega_0$

$v_B = 2R\omega_{d2} = 4R\omega_0$

$$\left.\begin{array}{l} v_C = v_B = 4R\omega_0 \\ \omega_{BC} = 0 \end{array}\right\} \text{TRENUTNA TRANSLACIJA}$$




$$\underbrace{\vec{a}_A = \cancel{\vec{a}_O}^{\,0} + \vec{a}_{An}^{*} + \cancel{\vec{a}_{At}}^{\,0}}$$

$a_{An} = 2R\omega_0^2$

$a_{At} = 2R\varepsilon_0 = 0$

$$\underbrace{\vec{a}_A = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{At}}$$

$a_{An} = \frac{v_A^2}{R_K} = \frac{4R^2\omega_0^2}{2R} = 2R\omega_0^2$

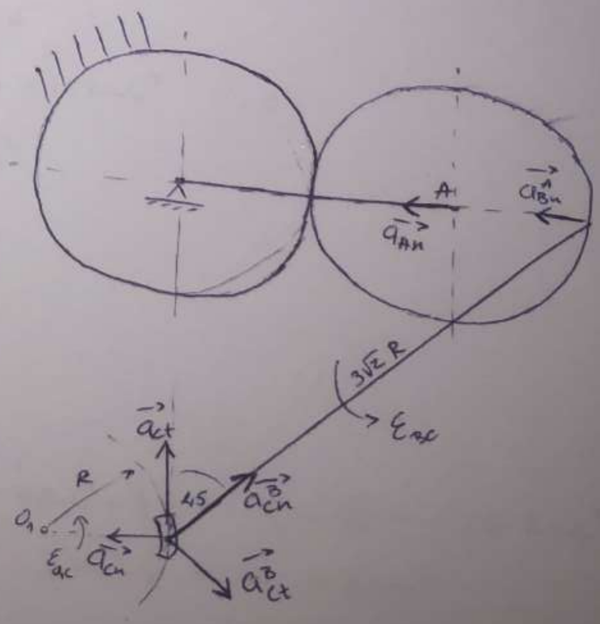
$a_{At} = R\cdot\varepsilon_{d2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\varepsilon_{d2} = 0}}$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^{A} + \cancel{\vec{a}_{Bt}^{A}}^{\,0}$

$$\underbrace{\vec{a}_B = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{Bn}^{A} + \cancel{\vec{a}_{Bt}^{A}}^{\,0}}$$

$a_{Bn}^{A} = R\omega_{d2}^2 = 4R\omega_0^2$

$a_{Bt}^{A} = R\varepsilon_{d2} = 0$



$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}^B_{Cn} + \vec{a}^B_{Ct}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{An} + \vec{a}^A_{Bn} + \cancel{\vec{a}^B_{Cn}}^{\,0} + \vec{a}^B_{Ct}$$

$$a^B_{Cn} = 3\sqrt{2}R \cdot \omega_{BC}^2 = 0$$

$$a^B_{Ct} = 3\sqrt{2}R \cdot \varepsilon_{BC} = ?$$

$$\left.\begin{array}{ll} x: & a_{Cx} = \text{—} \\ y: & a_{Cy} = \text{—}\ \varepsilon_{BC}\ \text{—} \end{array}\right\} \begin{array}{l} 2 \text{ i-ne} \\ 3 \text{ nep.} \end{array}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}$$

$$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_k} = \frac{16R^2\omega_0^2}{R} = 16R\omega_0^2$$

$$a_{Ct} = R\varepsilon_{ac} = ?$$

$$\vec{a}_{An} + \vec{a}^A_{Bn} + \vec{a}^B_{Ct} = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}$$

$x:$ $\quad -a_{An} - a^A_{Bn} + a^B_{Ct}\frac{\sqrt{2}}{2} = -a_{Cn} + 0$

$y:$

$$-2R\omega_0^2 - 4R\omega_0^2 + 3\sqrt{2}R\,\varepsilon_{BC}\frac{\sqrt{2}}{2} = -16R\omega_0^2 \quad /:R$$

$$-6\omega_0^2 + 3\varepsilon_{BC} = -16\omega_0^2$$

$$\boxed{\varepsilon_{BC} = -\frac{10}{3}\omega_0^2}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_{An} + \vec{a}^A_{Bn} + \vec{a}^B_{Ct}$$

$x:$ $\quad a_{Cx} = -a_{An} - a^A_{Bn} + a_{Ct}\frac{\sqrt{2}}{2} = -2R\omega_0^2 - 4R\omega_0^2 + 3\sqrt{2}R\left(-\frac{10}{3}\omega_0^2\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = -16R\omega_0^2$

$y:$ $\quad a_{Cy} = 0 + 0 - a_{Ct}\frac{\sqrt{2}}{2} = -3\sqrt{2}R\left(-\frac{10}{3}\omega_0^2\right)\frac{\sqrt{2}}{2} = -10R\omega_0^2$

$$a_C = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{(10R\omega_0^2)^2 + (-16R\omega_0^2)^2} = R\omega_0^2\sqrt{356} =$$

$$\boxed{a_C = 2R\omega_0^2\sqrt{89}}$$

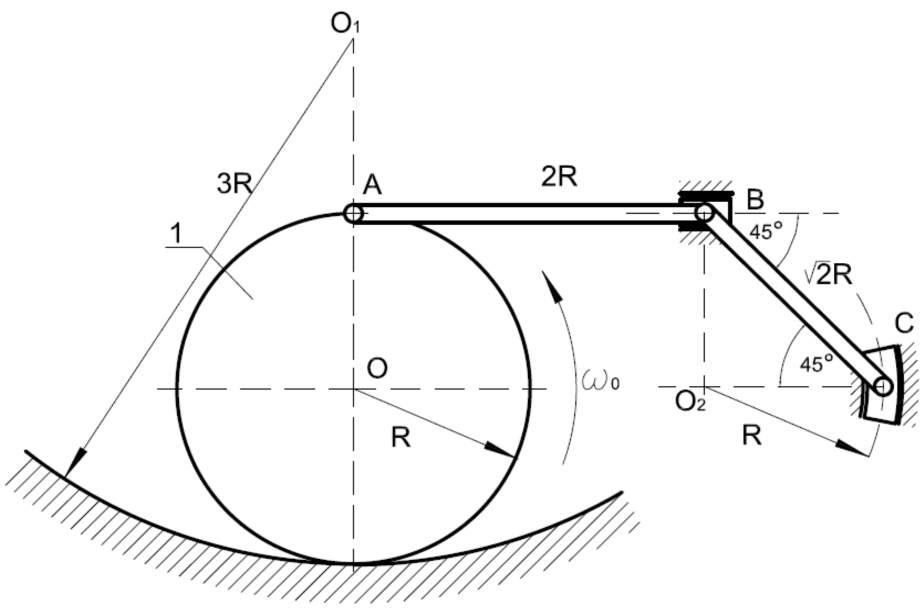
**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ**
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА ЗА МЕХАНИКУ
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд 35
http://www.mas.bg.ac.yu/obrazovanje/katedre/mehanika/vesti.html

# МЕХАНИКА 2

**МЕХ 210-1172**
**19. август 2021.**
**Прва група**

**1.** Тачка $M$ креће се по кружници полупречника $R = 12\text{m}$ тако да јој је пројекција брзине на правац тангенте $V_T(t) = 2\pi t\,[\text{m/s}]$. Одредити угао између брзине и убрзања тачке $M$ у тренутку када њен пређени пут износи $S(t_1) = 9\pi\,[\text{m}]$.

**2.** Диск 1, полупречника $R$, котрља се без клизања по унутрашњости непомичне цилиндричне површи облика кружног цилиндра полупречника $3R$ константном угаоном брзином $\omega_0$ (слика 1). За тачку $A$ диска зглобно је везан штап $A$, дужине $2R$, чији је крај $B$ зглобно везан за клизач који се креће дуж праволинијских вођица. Тачка $C$ штапа $BC$ дужине $\sqrt{2}R$, зглобно је везана за клизач који се креће по кружним вођицама полупречника $R$. Одредити брзину и убрзање клизача $C$, као и угаоне брзине и угаона убрзања свих чланова механизма у положају приказаним на слици.




Слика 1

**3.** Материјална тачка $M$, јединичне масе, креће се по глаткој правој датој једначинама $2x + y + z = 0$ и $x + 2y - 4z = 0$. На тачку делује сила Земљине теже и сила вискозног трења $\vec{F}_{TV} = -k\vec{V}$, где је $k$ позитивна константа. Ако је тачка започела кретање из координатног почетка из стања мировања, одредити коначне једначине кретања тачке. Оса Oz усмерена је вертикално навише.

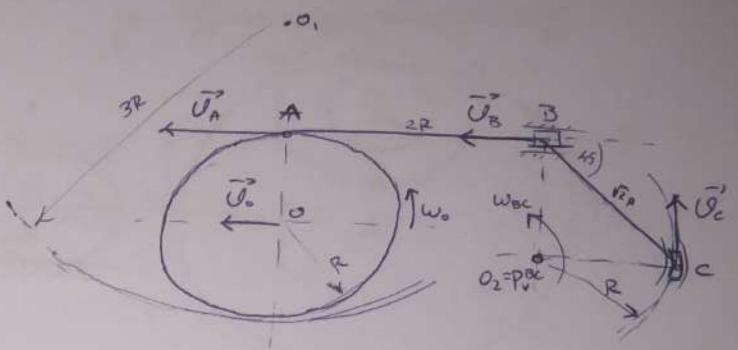
septembar 2021.

(2) $\omega_0 = const.$

$v_C$? $a_C$? ugaone brzine i ugaone ubrzanja svih tela?

$v_O = R\omega_0$

$v_A = 2R\omega_0$




$v_B = v_A = 2R\omega_0$, $\omega_{AB} = 0$ } TRENUTNA TRANSLACIJA

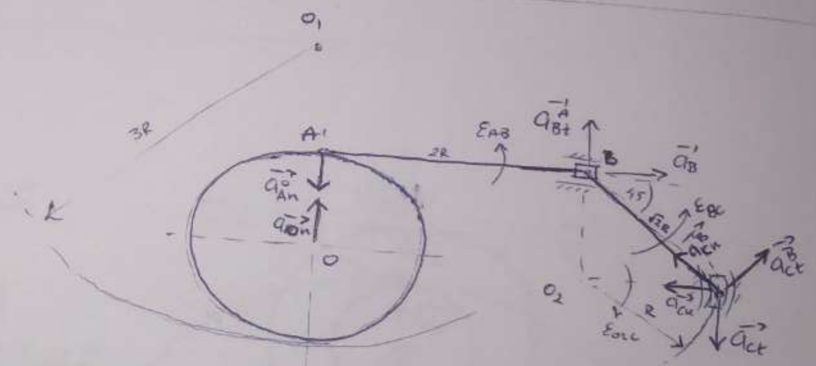
$\omega_{BC} = \frac{v_B}{R} = 2\omega_0$

$v_C = R\omega_{BC} = 2R\omega_0$

$\underline{\vec{a}_O = \vec{a}_{On} + \cancel{\vec{a}_{Ot}}^{=0}}$

$a_{On} = \frac{v_O^2}{2R} = \frac{1}{2}R\omega_0^2$

$a_{Ot} = R\varepsilon_d = 0$




$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{An}^O + \vec{a}_{At}^O$

$\underline{\vec{a}_A = \vec{a}_{On} + \vec{a}_{An}^O + \cancel{\vec{a}_{At}^O}^{=0}}$

$a_{An}^O = R\omega_0^2$

$a_{At}^O = R\varepsilon_d = 0$

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \cancel{\vec{a}_{Bn}^A}^{=0} + \vec{a}_{Bt}^A$

$\underline{\vec{a}_B = \vec{a}_{On} + \vec{a}_{An}^O + \cancel{\vec{a}_{Bn}^A}^{=0} + \vec{a}_{Bt}^A}$

$a_{Bn}^A = 2R\omega_{AB}^2 = 0$

$a_{Bt}^A = 2R\varepsilon_{AB}$

x: $a_B = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$

y: $0 = a_{On} - a_{An}^O + a_{Bt}^A$

$0 = \frac{1}{2}R\omega_0^2 - R\omega_0^2 + 2R\varepsilon_{AB}$ $/ : R$

$2\varepsilon_{AB} = \frac{1}{2}\omega_0^2$

$\underline{\varepsilon_{AB} = \frac{1}{4}\omega_0^2}$

$\underline{\vec{a}_C = \cancel{\vec{a}_B}^{=0} + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B}$

$a_{Cn}^B = \sqrt{2}R\omega_{BC}^2 = 4\sqrt{2}R\omega_0^2$

$a_{Ct}^B = \sqrt{2}R\varepsilon_{BC} = ?$

x: $a_{Cx} = \_\_\_$
y: $a_{Cy} = \_\ \varepsilon_{BC}\ \_$ } 2 j-ne, 3 nep.

$\underline{\vec{a}_C = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$

$a_{Cn} = \frac{v_C^2}{R_k} = \frac{4R^2\omega_0^2}{R} = 4R\omega_0^2$

$a_{Ct} = \varepsilon_{O_2C} \cdot R = ?$

$\underline{\vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$

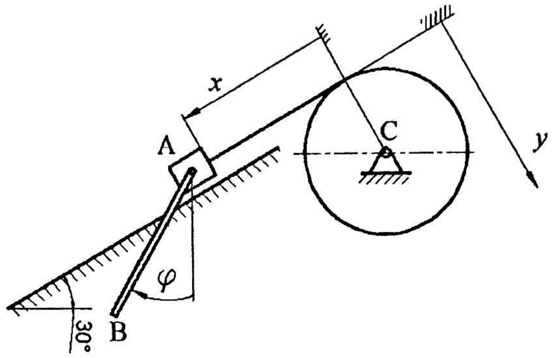
x: $-a_{Cn}^B\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{Ct}^B\frac{\sqrt{2}}{2} = -a_{Cn} + 0$ => $\boxed{\varepsilon_{BC} = -\_\_}$

y: $a_{Cn}^B\frac{\sqrt{2}}{2} + a_{Ct}^B\frac{\sqrt{2}}{2} = 0 - a_{Ct}$ => $\boxed{a_{Ct} = -\_\_}$

$\boxed{a_C = \sqrt{a_{Ct}^2 + a_{Cn}^2} = \ldots}$

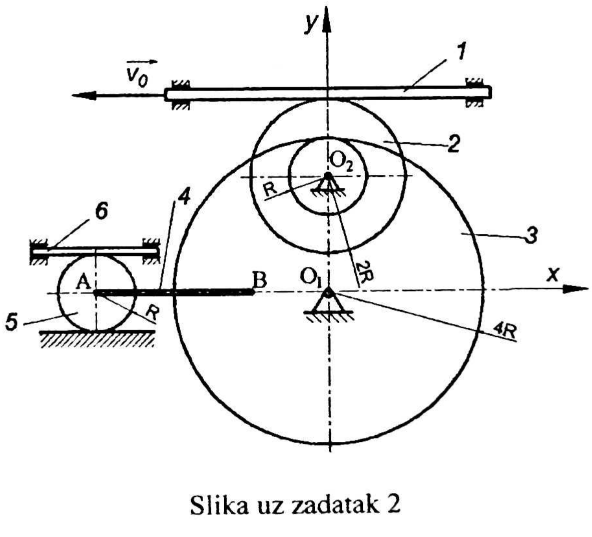
Mehanika 2, G1, jun 2021.

1. Klizač A zanemarljivih dimenzija kreće se po zakonu $x = \sin\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$ $[m]$ po strmoj ravni kao na slici. Za klizač je zglobno vezan štap AB dužine $l$ koji može da se obrće oko tačke A po zakonu $\varphi = 2t$ $[rad]$ kao na slici. Odrediti liniju putanje tačke B ($f(x_B, y_B)=0$), kao i intenzitet brzine, ubrzanja i poluprečnik krivine trajektorije tačke B u trenutku $t_1 = \frac{\pi}{6}$ $[s]$.




Slika uz zadatak 1

2. Štap 1 kreće se konstantom brzinom $v_0$ i paralelan je sa osom $O_1x$. Veze u tačkama $O_1$, $O_2$, A i B su zglobne. Zupčasti štap 1 dovodi u kretanje koakcijalni zupčasti disk 2, poluprečnika R i 2R, a on dovodi u kretanje ozubljeni disk 3 poluprečnika 4R. Štap 4 je na osi $O_1x$. Disk 5 poluprečnika R može da se kotrlja bez klizanja po nepokretnoj podlozi paralelnoj osi $O_1x$ i dovodi u kretanje štap 6. Između pokretnih elemenata sistema nema klizanja. Odrediti brzinu i ubrzanje štapa 6 u prikazanom položaju. AB=4R, $BO_1$=2R.




Slika uz zadatak 2

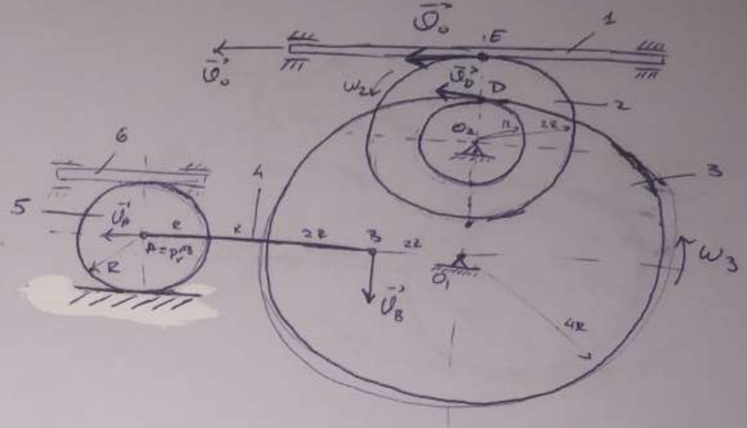
3. Materijalna tačka M, mase m kreće se u polju Zemljine teže po glatkoj nepokretnoj ravni čija je jednačina u odnosu na Dekartov pravougli koordinatni sistem Oxyz kod koga je osa Oz orijentisana vertikalno naviše data sa $x + y + 2z = 4$. U početnom trenutku tačka je bila u položaju $M_0(0,0,2)$ i imala je početnu brzinu $\vec{v_0} = 2\vec{i}$. Odrediti konačne jednačine kretnja tačke M i intenzitet reakcije veze.

jun 2021.

(2.) $\vartheta_0 = \text{const.}$

$\overline{AB} = 4R$, $\overline{BO_1} = 2R$ , $\vartheta_6$? $a_6$?

$\omega_2 = \frac{\vartheta_0}{2R}$




$\vartheta_D = R\omega_2 = \frac{1}{2}\vartheta_0$

$\omega_3 = \frac{\vartheta_D}{4R} = \frac{1}{8R}\vartheta_0$

$\vartheta_B = 2R\omega_3 = \frac{1}{4}\vartheta_0$

$\vartheta_A = 0$

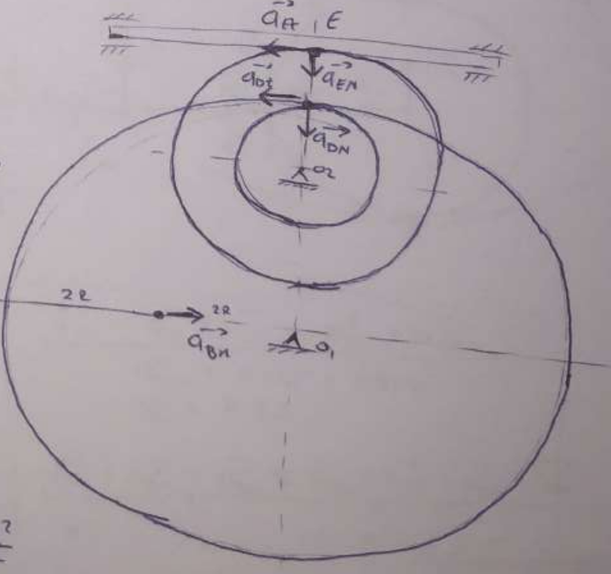
$\omega_4 = \frac{\vartheta_B}{4R} = \frac{\vartheta_0}{16R}$

$\boxed{\vartheta_6 = 0}$ , $\omega_5 = 0$

$\vec{a}_E = \vec{a}_{En} + \vec{a}_{Et}$

$a_{En} = 2R\omega_2^2 = \frac{\vartheta_E^2}{R_K} = \frac{1}{2}\frac{\vartheta_0^2}{R}$

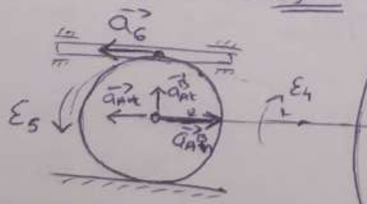
$a_{Et} = 2R\varepsilon_2 = 0 \Rightarrow \underline{\varepsilon_2 = 0}$




$\vec{a}_D = \vec{a}_{Dn} + \vec{a}_{Dt}$

$a_{Dn} = R\omega_2^2 = 4R\omega_3^2 = \frac{1}{4}\frac{\vartheta_0^2}{R}$

$a_{Dt} = R\varepsilon_2 = 4R\varepsilon_3 = 0 \Rightarrow \underline{\varepsilon_3 = 0}$




$\vec{a}_B = \vec{a}_{Bn} + \cancel{\vec{a}_{Bt}}^{\to 0}$

$a_{Bn} = 2R\omega_3^2 = \frac{\vartheta_B^2}{R_K} = \frac{\frac{1}{16}\vartheta_0^2}{2R} = \frac{1}{32}\frac{\vartheta_0^2}{R}$

$a_{Bt} = 2R\varepsilon_3 = 0$

$\vec{a}_A = \vec{a}_{Bn} + \vec{a}_{An}^B + \vec{a}_{At}^B = \cancel{\vec{a}_{An}}^{0} + \vec{a}_{At}$

$x:\quad a_{Bn} + a_{An}^B = -a_{At}$

$\frac{1}{32}\frac{\vartheta_0^2}{R} + 4R\omega_4^{2\to 0} = -\varepsilon_5 \cdot R$

$\underline{\varepsilon_5 = -\frac{1}{32}\frac{\vartheta_0^2}{R^2}}$

$a_6 = 2R\varepsilon_5 = 2R\cdot\left(-\frac{1}{32}\frac{\vartheta_0^2}{R^2}\right)$

$\boxed{a_6 = -\frac{1}{16}\frac{\vartheta_0^2}{R}}$

**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ**
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА ЗА МЕХАНИКУ
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд 35

http://www.mas.bg.ac.yu/obrazovanje/katedre/mehanika/vesti.html

# МЕХАНИКА 2

**МЕХ 210-1172**

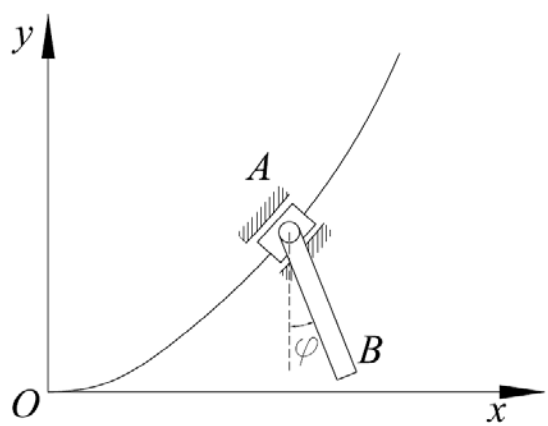
**30. јануар 2021.**

**Прва група**

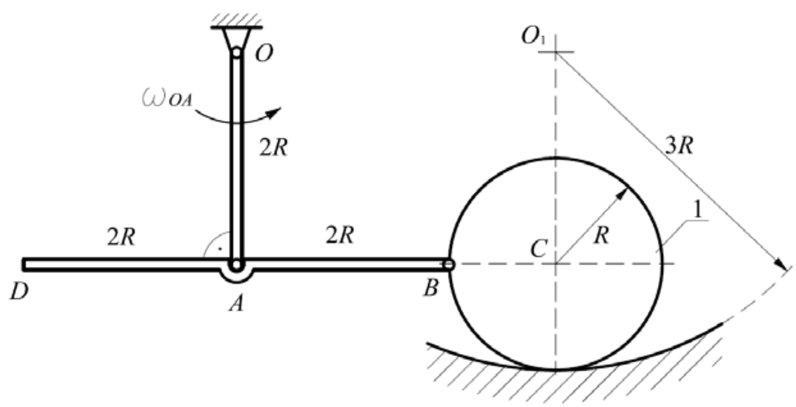
**1.** Клизач $A$ креће се у равни $Oxy$ дуж вођица које имају облик $y = x^2\,[\mathrm{m}]$ тако да пројекција убрзања на осу $Ox$ износи $\ddot{x}_A = 0$ (слика 1). За клизач $A$ зглобно је везан штап $AB$ дужине $\overline{AB} = 1\mathrm{m}$. Угао између штапа $AB$ и правца паралелног оси $Oy$ мења се по закону $\varphi = t\,[\mathrm{rad}]$. У почетном тренутку клизач је био у координатном почетку и имао брзину интензитета $V_0 = 2\mathrm{m/s}$.
Одредити:

1) коначне једначине кретања $B$,
2) интензитет брзине тачке $B$ у тренутку $t_1 = \pi/2\,\mathrm{s}$,
3) интензитет убрзања тачке $B$ у тренутку $t_1 = \pi/2\,\mathrm{s}$,
4) полупречник кривине трајекторије $B$ у тренутку $t_1 = \pi/2\,\mathrm{s}$.

**2.** Штап $OA$ обрће се константном угаоном брзином $\omega_{OA} = \omega_0$ око непокретне осе која пролази кроз тачку $O$ (слика 2). У тачки $A$ за штап $OA$ зглобно је везан штап $BD$, који је крајем $B$ зглобно везан диск 1 полупречника $R$. Диск се котрља без клизања по кружној подлози полупречника $3R$. За положај приказан на слици, одредити брзину и убрзање тачке $D$. Дато је: $\overline{OA} = 2R$, $\overline{AD} = \overline{AB} = 2R$.



Слика 1



Слика 2

februar 2021.

(3) $\omega_{OA} = \omega_0 = const.$

$\overline{OA} = 2R, \quad \overline{?D} = \overline{AD} = 2R$

$v_D \,? \qquad a_D\,?$

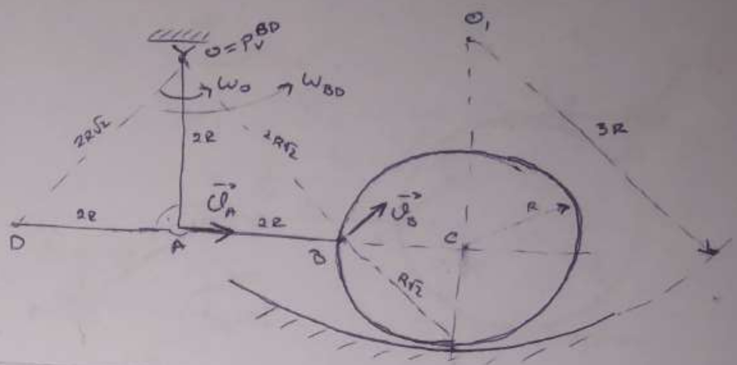
$v_A = 2R\,\omega_0$

$\omega_{BD} = \dfrac{v_A}{2R} = \omega_0$

$v_B = 2R\sqrt{2}\,\omega_{BD} = 2\sqrt{2}\,R\omega_0$

$\boxed{v_D = 2\sqrt{2}\,R\omega_0}$

$\omega_D = \dfrac{v_B}{R\sqrt{2}} = 2\omega_0$




$\vec{a}_A = \cancel{\vec{a}_O}^{\,0} + \vec{a}_{An} + \cancel{\vec{a}_{At}}^{\,0}$

$a_{An} = 2R\omega_0^2$

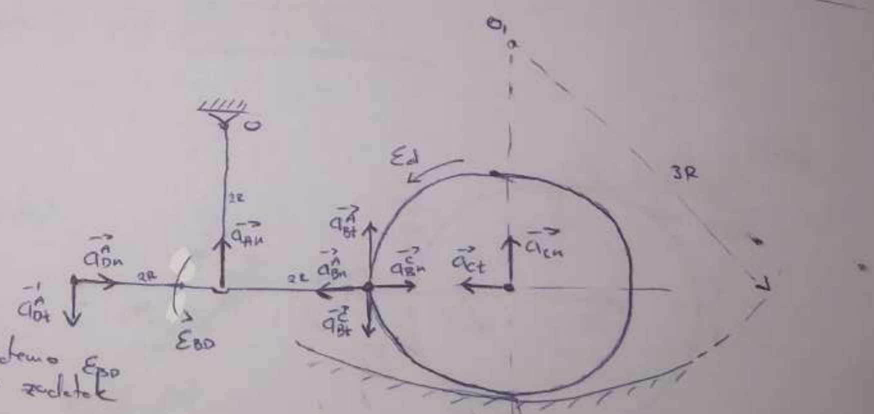
$a_{At} = 2R\,\varepsilon_0 = 0$

$\vec{a}_D = \vec{a}_A + \vec{a}_{Dn}^A + \vec{a}_{Dt}^A$

$a_{Dn}^A = 2R\,\omega_{BD}^2 = 2R\omega_0^2$

$a_{Dt}^A = 2R\,\varepsilon_{BD} = ?$

x: —— } 2 i-ne
y: —— } 3 nep , kada nađemo $\varepsilon_{BD}$ gotov zadatak




$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$

$\vec{a}_B = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$

$a_{Bn}^A = 2R\,\omega_{BD}^2 = 2R\omega_0^2$

$a_{Bt}^A = 2R\,\varepsilon_{BD} = ?$

x: —— } 2 i-ne
y: —— } 3 nep.

$\vec{a}_C = \vec{a}_{cn} + \vec{a}_{ct}$

$a_{cn} = \dfrac{v_C^2}{R_K} = \dfrac{(R\cdot 2\omega_0)^2}{2R} = 2R\omega_0^2$

$a_{ct} = \varepsilon_d \cdot R = ?$

$\vec{a}_B = \vec{a}_{cn} + \vec{a}_{ct} + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C$

$a_{Bn}^C = R\,\omega_d^2 = 4R\omega_0^2$

$a_{Bt}^C = R\,\varepsilon_d$

$\vec{a}_{An} + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A = \vec{a}_{cn} + \vec{a}_{ct} + \vec{a}_{Bn}^C + \vec{a}_{Bt}^C \qquad \left(\begin{matrix}\varepsilon_d = ?\\ \varepsilon_{BD} = ?\end{matrix}\right)$

x: ..... => $\varepsilon_d = \ldots$

y: ..... => $\varepsilon_{BD} = \ldots$

$\vec{a}_D = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{Dn}^A + \vec{a}_{Dt}^A$

x: $\boxed{a_{Dx} = \ldots}$

y: $\boxed{a_{Dy} = \ldots}$

$\boxed{a_D = \sqrt{a_{Dx}^2 + a_{Dy}^2} = \ldots}$

**УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ**
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ
КАТЕДРА ЗА МЕХАНИКУ
ул. Краљице Марије 16, 11120 Београд 35

http://www.mas.bg.ac.yu/obrazovanje/katedre/mehanika/vesti.html

# МЕХАНИКА 2

**МЕХ 210-1172**

**13. јануар 2021.**

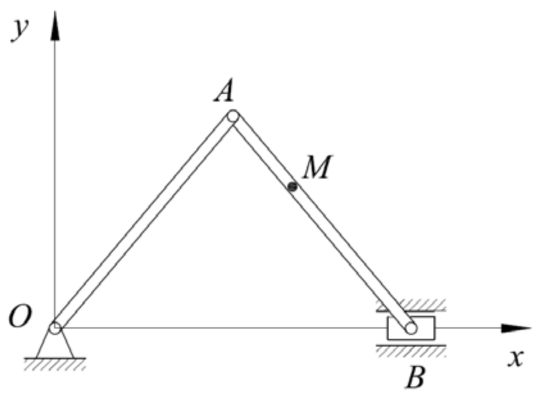
**Прва група**

**1.** Клизач $B$, механизма приказаног на слици 1, почиње да се креће из положаја $x_B(0) = 6\ \text{m}$ без почетне брзине, са убрзањем $\ddot{x}_B = -24\cos(2t)\ \left[\text{m/s}^2\right]$. $\overline{OA} = \overline{AB} = 3\text{m}$ и $\overline{AM} = 1\text{m}$. Везе у тачкама $O$, $A$ и $B$ су зглобне.

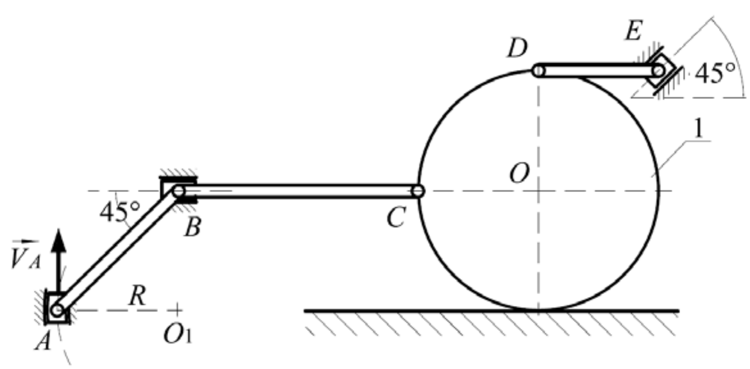
Одредити:

1) коначне једначине кретања и линију путање тачке $M$,
2) интензитет брзине тачке $M$ у тренуцима када је $x_B = 0\text{m}$,
3) интензитет убрзања тачке $M$ у тренуцима када је $x_B = 0\text{m}$,
4) полупречник кривине трајекторије тачке $M$ у тренуцима када је $x_B = 0\text{m}$.

**2.** Клизач $A$ креће се брзином константног интензитета $V_A = R\omega_0$ по кружници полупречника $R$ са центром у тачки $O_1$ (слика 2). За клизач зглобно је везан штап $AB$, чији је крај $B$ зглобно везан за клизач који се креће дуж праволинијских вођица. Штап $BC$ зглобно је везан тачком $C$ за диск 1, полупречника $R$, који се котрља без клизања по равној подлози. Штап $DE$, дужине $R$, зглобно је везан за диск и за клизач $E$ који се креће дуж праволинијских вођица. За положај приказан на слици, одредити брзину и убрзање клизача $E$. Дато је: $\overline{AB} = \sqrt{2}R$, $\overline{BC} = 2R$, $\overline{DE} = R$.




Слика 1




Слика 2

januar 2021

(2.) $v_A = R\omega_0 = \text{const.}$

$\overline{AB} = \sqrt{2}R, \quad \overline{BC} = 2R, \quad \overline{DE} = R$

$v_E? \quad a_E?$

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{R} = \omega_0$$

$$v_B = \omega_{AB} \cdot R = R\omega_0$$

$$\omega_{BC} = \frac{v_B}{2R} = \omega_0 \cdot \frac{1}{2}$$

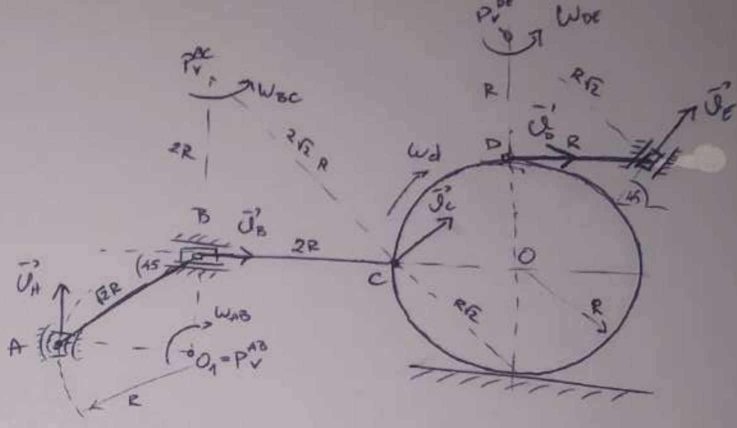
$$v_C = 2\sqrt{2}R \cdot \omega_{BC} = \sqrt{2}R\omega_0$$

$$\omega_d = \frac{v_C}{R\sqrt{2}} = \omega_0$$

$$v_D = 2R\omega_d = 2R\omega_0$$

$$\omega_{DE} = \frac{v_D}{R} = 2\omega_0$$

$$v_E = R\sqrt{2} \cdot \omega_{DE} = 2\sqrt{2}R\omega_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_E = 2\sqrt{2}R\omega_0}$$



$$\vec{a}_A = \vec{a}_{An} + \cancel{\vec{a}_{At}}^{\,0}$$

$$a_{An} = \frac{v_A^2}{R_k} = \frac{R^2\omega_0^2}{R} = R\omega_0^2$$

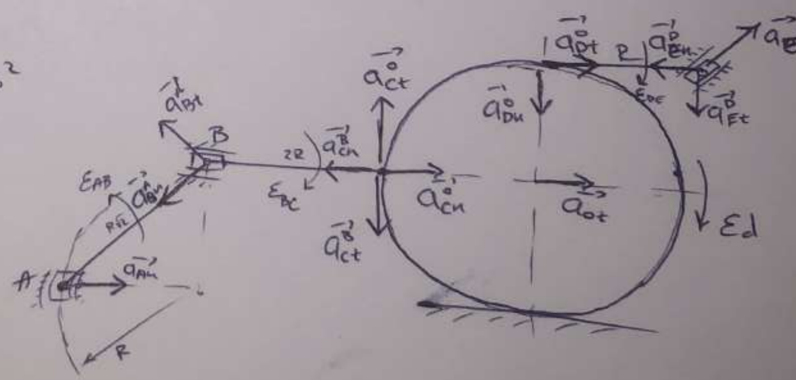
$$a_{At} = 0$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A$$

$$\vec{a}_B' = \vec{a}_{An}' + \vec{a}_{Bn}^{A'} + \vec{a}_{Bt}^{A'}$$

$$a_{Bn}^A = R\sqrt{2}\,\omega_{AB}^2 = R\sqrt{2}\,\omega_0^2$$

$$a_{Bt}^A = R\sqrt{2}\,\varepsilon_{AB} = ?$$



x:

y: $0 = 0 - a_{Bn}^A \frac{\sqrt{2}}{2} + a_{Bn}^A \frac{\sqrt{2}}{2} \quad / : \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$0 = -R\sqrt{2}\,\omega_0^2 + R\sqrt{2}\,\varepsilon_{AB} \quad / : \sqrt{2}R$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_{AB} = \omega_0^2}}$$

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B$$

$$\underline{\vec{a}_C = \vec{a}_{An} + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B}$$

$$a_{Cn}^B = 2R\,\omega_{BC}^2 = \frac{1}{2}R\omega_0^2$$

$$a_{Ct}^B = 2R\,\varepsilon_{BC} = ?$$

x: $a_{Cx}$

y: $a_{Cy}$ $\quad \varepsilon_{BC}$ $\quad \}$ 2 j-ne, 3 nep.

$$\vec{a}_C = \vec{a}_O + \vec{a}_{Cn}^O + \vec{a}_{Ct}^O$$

$$\underline{\vec{a}_C = \overset{\to 0}{\vec{a}_{On}} + \vec{a}_{Ot} + \vec{a}_{Cn}^O + \vec{a}_{Ct}^O}$$

$$a_{Ot} = R\varepsilon_d = ?$$

$$a_{Cn}^O = R\omega_d^2 = R\omega_0^2$$

$$a_{Ct}^O = R\varepsilon_d = ?$$

$$\underline{\vec{a}_{An} + \vec{a}_{Bn}^A + \vec{a}_{Bt}^A + \vec{a}_{Cn}^B + \vec{a}_{Ct}^B = \vec{a}_{Ot} + \vec{a}_{Cn}^O + \vec{a}_{Ct}^O}$$

x: $a_{An} - a_{Bn}^A\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Bt}^A\frac{\sqrt{2}}{2} - a_{Cn}^B + 0 = a_{Ot} + a_{Cn}^O + 0$

y:

$$R\omega_0^2 - R\cancel{\sqrt{2}}\omega_0^2\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}} - R\cancel{\sqrt{2}}\cdot\omega_0^2\cancel{\frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{1}{2}R\omega_0^2 = R\varepsilon_d + R\omega_0^2 \quad /:R$$

$$-\frac{3}{2}\omega_0^2 = \varepsilon_d + \omega_0^2$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_d = -\frac{5}{2}\omega_0^2}}$$

$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_{Ot} + \vec{a}_{Dn}^O + \vec{a}_{Dt}^O}$$

$$a_{Dn}^O = R\omega_d^2 = R\omega_0^2$$

$$a_{Dt}^O = R\varepsilon_d = -\frac{5}{2}R\omega_0^2$$

$$\vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D$$

$$\underline{\vec{a}_E = \vec{a}_{Ot} + \vec{a}_{Dn}^O + \vec{a}_{Dt}^O + \vec{a}_{En}^D + \vec{a}_{Et}^D}$$

$$a_{En}^D = R\omega_{DE}^2 = 4R\omega_0^2$$

$$a_{Et}^D = R\,\varepsilon_{DE} = ?$$

x: $a_E\frac{\sqrt{2}}{2} = a_{Ot} + 0 + a_{Dt}^O - a_{En}^D + 0 \quad /\cdot\sqrt{2}$

y:

$$a_E = R\cdot\left(-\frac{5}{2}\omega_0^2\right)\sqrt{2} - \frac{5}{2}R\omega_0^2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}R\omega_0^2 = -5\sqrt{2}R\omega_0^2 - 4\sqrt{2}R\omega_0^2$$

$$\boxed{a_E = -9\sqrt{2}R\omega_0^2}$$



(2)

90

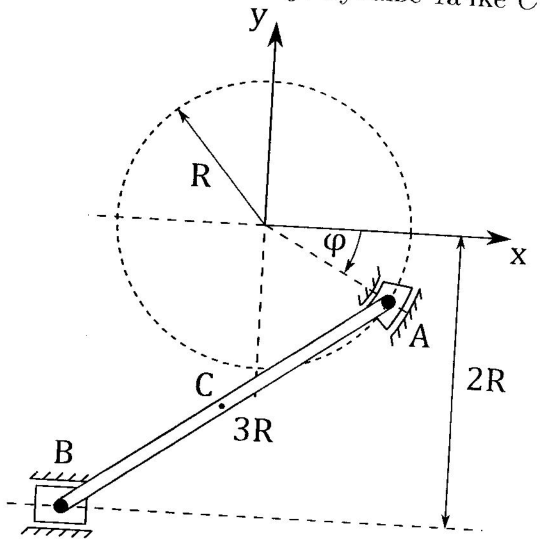
Механика 2, 5.8.2020. група 1

1. Клизач $A$ може да се креће по кружној вођици полупречника $R$, по закону $\varphi = 2t$. Штап $AB$ дужине $3R$ је једним крајем везан за клизач $A$, а другим крајем за праволинијски клизач $B$, као што је приказано на Сл. 1. Ако је $\overline{AC} = \overline{CB}$, одредити:

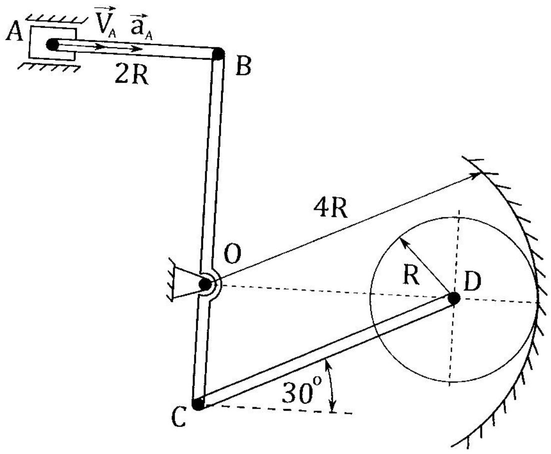
а) брзину тачке $C$ у почетном тренутку $t_0 = 0$ s,

б) убрзање тачке $C$ у тренутку $t_0 = 0$ s и

в) полупречник кривине линије путање тачке $C$ у тренутку $t_0 = 0$ s.



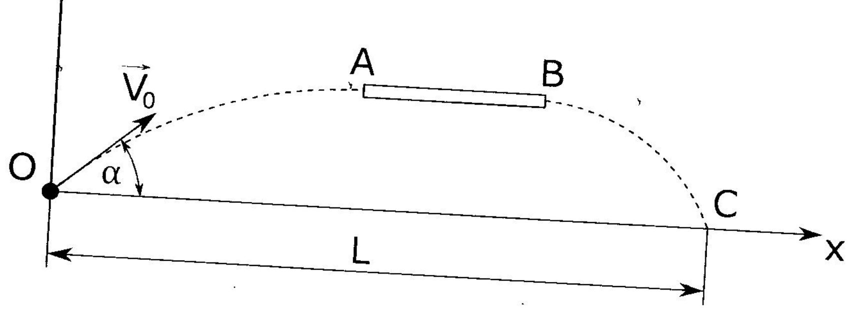

Слика 1




Слика 2

2. Механизам приказан на Сл. 2 састоји се од штапова $AB$, $BC$ и $CD$, као и праволинијског клизача $A$ и диска полупречника $R$ који може да се котрља без клизања по унутрашњости цилиндричне површи полупречника $4R$. Везе у тачкама $A$, $B$, $C$ и $D$ су зглобне. Штап $BC$ је у тачки $O$ везан за непокретни ослонац. У приказаном тренутку, клизач $A$ креће се брзином $V_A = V_0$ и убрзањем $a_A = \frac{V_0^2}{R}$. Познато је и да је $\overline{OB} = \overline{CD}$. Одредити брзину и убрзање тачке $D$, као и угаоно убрзање штапа $AB$, у датом тренутку. 18R

3. Куглица масе $m$ је испаљена из координатног почетка са почетном брзином интензитета $V_0 = 2\sqrt{g}$, под углом $\alpha = 30°$. Када куглица достигне максималну висину (у тачки $A$), она улеће у хоризонталну храпаву цев $\left(\mu = \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. При напуштању цеви (у тачки $B$), брзина куглице је дупло мања него при уласку у цев. Након напуштања цеви, куглица пада и зауставља се у тачки $C$. Колико је хоризонтално растојање $L$ које куглица пређе од почетка до краја кретања?




Слика 3

oktobar 2020

(2) $v_A = v_0 \, , \quad a_A = \frac{v_0^2}{R} \, , \quad \overline{OB} = \overline{CD}$

$v_D = ? \, , \quad a_D = ? \, , \quad \varepsilon_{AB} = ?$

---

$\left.\begin{matrix} v_B = v_0 \\ \omega_{AB} = 0 \end{matrix}\right\}$ TRENUTNA TRANSLACIJA

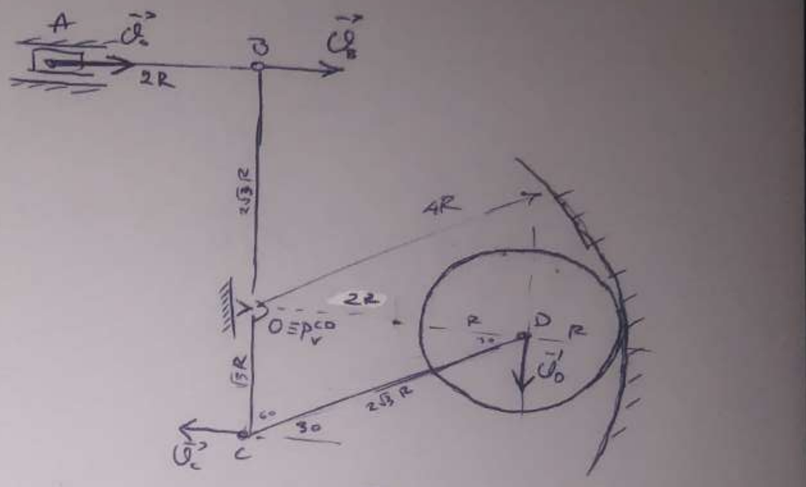
$\omega_{BC} = \frac{v_B}{2\sqrt{3}R} = \frac{v_0}{2\sqrt{3}R}$

$v_C = \sqrt{3}R\,\omega_{BC} = \frac{v_0}{2}$

$\omega_{CD} = \frac{v_C}{R\sqrt{3}} = \frac{v_0}{2\sqrt{3}R}$

$v_D = 3R\,\omega_{CD} = \frac{3}{2\sqrt{3}} v_0$

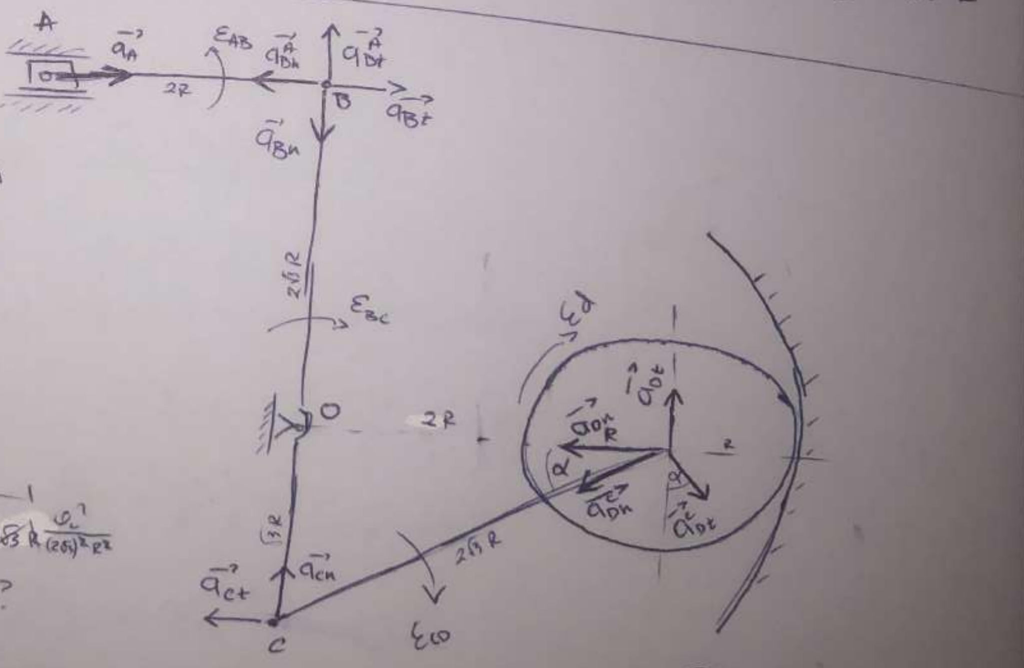
$\boxed{v_D = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0}$




$\overline{CD} = \frac{\overline{OD}}{\cos 30} = \frac{3R}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6R}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}R$

$\overline{OC} = \overline{CD} \sin 30 = 2\sqrt{3}R \cdot \frac{1}{2} = \sqrt{3}R$

---




$\vec{a_B} = \vec{a_A} + \cancel{\vec{a^A_{Bn}}} + \vec{a^A_{Bt}}$

$a^A_{Bn} = 2R\,\omega_{AB}^2 = 0$

$a^A_{Bt} = 2R\,\varepsilon_{AB} = ?$

x:

y: $\Big\}$ 2 j-ne, 3 nep.

$\vec{a_B} = \cancel{\vec{a_O}}^{=0} + \vec{a_{Bn}} + \vec{a_{Bt}}$

$a_{Bn} = 2\sqrt{3}R\,\omega_{BC}^2 = 2\sqrt{3}R \frac{v_0^2}{(2\sqrt{3})^2 R^2}$

$a_{Bt} = 2\sqrt{3}R\,\varepsilon_{BC} = ?$

$\vec{a_A} + \vec{a^A_{Bt}} = \vec{a_{Bn}} + \vec{a_{Bt}}$

x: $a_A + 0 = 0 + a_{Bt}$

$\frac{v_0^2}{R} = 2\sqrt{3}R\,\varepsilon_{BC}$

$\varepsilon_{BC} = \frac{v_0^2}{2\sqrt{3}R^2}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}R}{2\sqrt{3}R} = \frac{1}{2}$

$\cos\alpha = \frac{3R}{2\sqrt{3}R} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

y: $0 + a^A_{Bt} = -a_{Bn} + 0$

$2R\,\varepsilon_{AB} = - \frac{v_0^2}{2\sqrt{3}R}$

$\boxed{\varepsilon_{AB} = - \frac{v_0^2}{4\sqrt{3}R^2}}$

$$\underline{\vec{a}_C = \cancel{\vec{a}_O}^{\,0} + \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct}}$$

$$a_{Cn} = \sqrt{3}R \cdot \omega_{BC}^2 = \sqrt{3}R \cdot \frac{v_0^2}{12R^2} = \frac{\sqrt{3}\,v_0^2}{12R}$$

$$a_{Ct} = \sqrt{3}R\,\varepsilon_{BC} = \sqrt{3}R\,\frac{v_0^2}{2\sqrt{3}R^2} = \frac{v_0^2}{2R}$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + \vec{a}^{\,C}_{Dn} + \vec{a}^{\,C}_{Dt}$$

$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}^{\,C}_{Dn} + \vec{a}^{\,C}_{Dt}}$$

$$a^C_{Dn} = \omega_{CD}^2 \cdot 2\sqrt{3}R = \frac{v_0^2}{(2\sqrt{3})^2R^2} \cdot 2\sqrt{3}R = \frac{v_0^2}{2\sqrt{3}R}$$

$$a^C_{Dt} = \varepsilon_{CD} \cdot 2\sqrt{3}R$$

$$\underline{\vec{a}_D = \vec{a}_{Dn} + \vec{a}_{Dt}}$$

$$a_{Dn} = \frac{v_D^2}{R_K} = \frac{\frac{3}{4}v_0^2}{3R} = \frac{1}{4}\frac{v_0^2}{R}$$

$$a_{Dt} = \varepsilon_d \cdot R$$

$$\underline{\vec{a}_{Cn} + \vec{a}_{Ct} + \vec{a}^{\,C}_{Dn} + \vec{a}^{\,C}_{Dt} = \vec{a}_{Dn} + \vec{a}_{Dt}}$$


x: ~~$a_{Cn}\sin\alpha$~~

y: $a_{Cn}\sin\alpha - a_{Ct}\cos\alpha - a^C_{Dn} + 0 = -a_{Dn}\cos\alpha + a_{Dt}\sin\alpha$

$$\frac{\sqrt{3}}{12}\frac{v_0^2}{R}\cdot\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{R}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{v_0^2}{R} = -\frac{1}{4}\frac{v_0^2}{R}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \varepsilon_{CD}\,2\sqrt{3}R\cdot\frac{1}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{R}\left(\frac{\sqrt{3}}{24} - \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8}\right) = \varepsilon_{CD}\cdot\sqrt{3}R \qquad /: R\sqrt{3}$$

$$\frac{v_0^2}{R^2}\left(\frac{1-6-4+3}{24}\right) = \varepsilon_{CD}$$

$$\underline{\underline{\varepsilon_{CD} = -\frac{1}{4}\frac{v_0^2}{R^2}}}$$

$$\left.\begin{aligned} a_{Dn} &= \frac{1}{4}\frac{v_0^2}{R} \\ a_{Dt} &= -\frac{1}{4}\frac{v_0^2}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow a_D = \sqrt{a_{Dn}^2 + a_{Dt}^2} \Rightarrow \boxed{a_D = \frac{\sqrt{2}}{4}\frac{v_0^2}{R}}$$